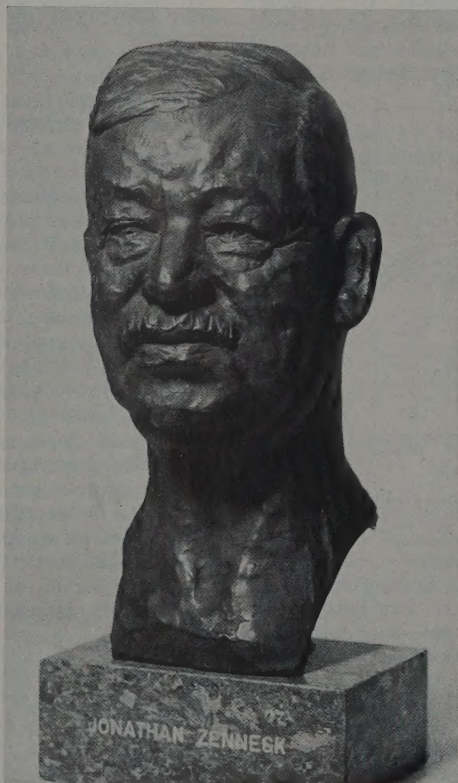


## Jonathan Zenneck

15. 4. 1871 — 8. 4. 1959



Büste im Besitz des Deutschen Museums. Photo: Deutsches Museum, München

Der Pionier der Radiotechnik, der Erforscher der Ionosphäre, der hervorragende Lehrer der Jugend, der Wiederaufbauer des Deutschen Museums, der prächtige Mensch wird unvergessen bleiben

# Über Untersuchungen an $pn$ -Übergängen im Germanium mit verschiedener Dichte der Rekombinationszentren

Von HEINZ DORENDORF

Mit 4 Textabbildungen

(Eingegangen am 3. März 1959)

## 1. Einleitung

SHOCKLEY, READ und HALL [1] haben die Abhängigkeit der Lebensdauer der Ladungsträger von der Dichte der Rekombinationszentren und der Dichte der freien Elektronen unter der Annahme eines einfachen Niveaus für die Rekombinationszentren in der verbotenen Zone berechnet. BURTON, HULL, MORIN und SEVERIENS [2] haben diese Beziehung experimentell geprüft und die Eigenschaften der Rekombinationszentren Kupfer und Nickel bestimmt.

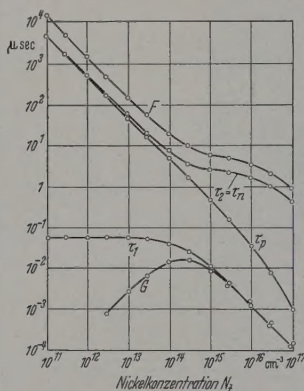


Abb. 1. Lebensdauern, Abklingkonstanten und Amplitudenfaktoren nach Formel (1) in  $n$ -Germanium von  $6 \Omega\text{cm}$  mit Nickelzusatz (nach CLARKE)

SHOCKLEY und READ berechneten  $\tau_n$  und  $\tau_p$  — die Lebensdauer für Elektronen und Defektelektronen — für zeitlich stationäre Vorgänge. Für zeitliche Abklingprozesse wollen wir uns auf eine Arbeit von CLARKE [3] stützen, in der, ausgehend von den Differentialgleichungen für die Dichten der freien und gebundenen Ladungsträger, die Zeitkonstanten für das Abklingen einer Leitfähigkeitsänderung berechnet wurden.

Zur Prüfung der Theorie dotierten wir  $pn$ -Übergänge aus Germanium mit verschiedenem Nickelgehalt. Die an ihnen nach zwei Methoden gemessenen Abklingkonstanten wurden mit den theoretisch zu erwartenden Werten verglichen und stimmen mit den Lebensdauern der Minoritätsträger überein. Außerdem haben wir den Sperrstrom und den bei Bestrahlung mit Licht entstehenden Kurzschlußstrom als Funktion der Nickel-dotierung ermittelt.

## 2. Theorie

In Abb. 1 sind die von SHOCKLEY und READ berechneten Lebensdauern  $\tau_n$  und  $\tau_p$  für zeitlich stationäre Vorgänge als Funktion der Nickel-dotierung aufgetragen. Bei der Berechnung haben wir folgende Werte zugrunde gelegt:  $n$ -Germanium von  $6 \Omega\text{cm}$ , Lage des Rekombinationszentrums  $E_t = 0,054 \text{ eV}$  unterhalb  $E_i$ , Einfangquerschnitt für Elektronen

$0,8 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$  und für Defektelektronen  $40 \cdot 10^{-16}$ . Bei kleinem Nickel-Gehalt sind  $\tau_n$  und  $\tau_p$  gleich und diesem umgekehrt proportional. Wächst die Nickelkonzentration über  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$ , so fällt die Lebensdauer der Minoritätsträger stärker ab.  $\tau_n$  bleibt über einen gewissen Bereich fast konstant und fällt wieder

CLARKE berechnete für das zeitliche Abklingen einer Leitfähigkeitserhöhung:

$$\Delta\sigma = \varepsilon \mu_p L (F e^{-t/\tau_2} + G e^{-t/\tau_1}).$$

Hierin bedeuten:  $\varepsilon$  = Elementarladung,  $\mu_p$  = Beweglichkeit der Defektelektronen,  $L$  = optische Paarerzeugungsrate, die zu der Leitfähigkeitserhöhung geführt hat.

Die Abklingkonstanten  $\tau_1$  und  $\tau_2$  sind mit ihren Amplitudenfaktoren  $F$  und  $G$  ebenfalls in Abb. 1 dargestellt. Wir sehen, daß der zweite Summand in (1) wegen der Kleinheit von  $\tau_1$  und  $G$  zu vernachlässigen ist. Die andere Abklingkonstante  $\tau_2$  fällt überall mit  $\tau_n$ , der Lebensdauer der Majoritätsträger, zusammen.

Wir können also unsere vier Größen  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_n$  und  $\tau_p$  auf die beiden  $\tau_n = \tau_2$  und  $\tau_p$  reduzieren. Bei kleinen Dichten der Rekombinationszentren sind sie gleich, da die Lebensdauern für die beiden Trägerarten und zeitliche Abklingkonstante sind gleich. Für große Rekombinationszentrendichte ist die Lebensdauer der Minoritätsträger bei zeitlich stationären Vorgängen kleiner als die der Majoritätsträger, die zeitliche Abklingkonstante ist durch die Lebensdauer der langsameren Majoritätsträger gegeben.

## 3. Experimentelle Durchführung

Wir haben in unseren Experimenten Germanium mit Nickelkonzentrationen bis  $3 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  dotiert und die Abnahme der Lebensdauer mit dem Nickelgehalt verfolgt. Die Lebensdauer sinkt hierbei bis  $0,5 \mu\text{sec}$  ab und ist deshalb am homogenen Material nach der üblichen Lichtblitzmethode sehr schwer messen. Deshalb wurde die bei kleinen Lebensdauern genauere Messung der Lebensdauer an einem  $pn$ -Übergang vorgenommen.

Für diese Art der Lebensdauerermessung verwenden wir zwei Verfahren. Nach KINGSTON [4] legt man den  $pn$ -Übergang eine Flußspannung an und schaltet sehr schnell in Sperrrichtung um. Die Diode ist dann zunächst durch den Überschuß an Ladungsträgern noch leitend und erreicht ihre volle Sperrfähigkeit erst nachdem diese Ladungsträger durch Rekombination oder Feldeinwirkung verschwunden sind. Aus dem Abklingen dieses „storage“-Effektes kann die Lebensdauer bestimmt werden.

Bei dem zweiten Verfahren wird nach Abschalt des Flußimpulses die zeitliche Abnahme der Spannung am  $pn$ -Übergang im offenen Zustand beobachtet und aus ihr die Lebensdauer berechnet (LEDERHANDL und GIACOLLETO [5]).



Die  $pn$ -Übergänge stellten wir durch Umdotieren schmelze während des Ziehens aus dem Tiegel her. Teil des Kristalls mit dem  $pn$ -Übergang wurde in einen von 4 mm Länge und 0,3 mm<sup>2</sup> Querschnitt geschnitten. Der  $n$ -Teil hatte einen spezifischen Widerstand von 2,6  $\Omega$ cm, der  $p$ -Teil 0,5  $\Omega$ cm. Das Material wurde nachträglich durch Diffusion eingedotiert. Dazu wurden die Stäbchen vernickelt und bei verschiedenen Temperaturen getempert. Das Nickel wird dabei bis zur Sättigungskonzentration [6] im Germanium. Der Nickelgehalt wurde aus der Widerstandsänderung des  $n$ -Teiles bestimmt.

#### 4. Diskussion der Meßergebnisse

Abb. 2 zeigt die an den  $pn$ -Stäbchen gemessenen Lebensdauern als Funktion der Nickeldotierung. Die gezogenen Kurven stellen die nach CLARKE berechneten Werte  $\tau_n$  und  $\tau_p$  im hochohmigeren  $n$ -Teil der Stäbchen dar. Bei kleinen Nickelkonzentrationen erreichen die theoretischen Werte nicht erreicht. Bei der Wahl des Querschnittes spielt die Oberflächenrekombination schon eine entscheidende Rolle. Außerdem dürften schon Rekombinationszentren unbekannter Art in geringen Konzentrationen vorhanden sein. Bei hohen Nickelkonzentrationen weichen die nach beiden Verfahren gemessenen Werte etwas voneinander ab.

Wesentlich an diesem Bild ist jedoch der Verlauf der gemessenen Lebensdauern. Die gemessenen Werte von  $\tau_p$ -Kurve, richten sich also nach der Lebensdauer der Minoritätsträger. Da es sich jedoch bei den Messungen um zeitliche Abklingprozesse handelt, ist die  $\tau_n$ -Kurve die Abklingkonstanten bestimmen. Der Grund für dieses unerwartete Meßergebnis liegt sicher im Meßverfahren. Wenn der  $pn$ -Übergang in Sperrspannung umgepolt ist, werden die positiv geladenen Minoritätsträger des  $n$ -Gebietes, in dem Abstand vom  $pn$ -Übergang kleiner als die Diffusionslänge ist, in den  $pn$ -Übergang hineingezogen und werden meßtechnisch erfaßt. Die in diesem Gebiet zu verbleibenden langlebigeren Majoritätsträger werden durch ihrer negativen Ladung vom  $pn$ -Übergang weggezogen und geben keinen Beitrag zur Widerstandsänderung des  $pn$ -Übergangs. Sie erzeugen nur eine geringe Modulation des Bahnwiderstandes im  $n$ -Teil, aber wegen ihrer Kleinheit hier nicht meßbar ist. Die Raumladung der zurückbleibenden Majoritätsträger wird durch entsprechend umgeladene Rekombinationszentren neutralisiert.

Auch die Messung der Diffusionslänge nach MORSE und HAYNES ist in dieser Weise selektiv und würde  $\tau_p$ -Werte geben. Dagegen müßte die Messung der Lichtblitzmethode, bei der ja die Modulation des Bahnwiderstandes verfolgt wird, Abklingkonstanten entsprechend der  $\tau_n$ -Kurve erwarten lassen.

Bei der Messung nach LEDERHANDLER und GIACOLETTA wird das Abklingen der Diffusionsspannung gemessen. Da diese vom Verhältnis der Defektelektronen im  $n$ - und  $p$ -Gebiet abhängt, ist es verständlich, daß auch hier  $\tau_p$  gemessen wird.

In diesen  $pn$ -Übergängen wurde als nächstes der Sättigungsstrom gemessen. Das Ergebnis zeigt Abb. 3. Bei den hohen Nickelkonzentrationen ist der Sättigungsstrom gesättigt. Das beweist, daß trotz der hohen Nickeldotierung der ungesättigte Rekombinations-

strom gegenüber dem Diffusionsstrom noch zu vernachlässigen ist. Der Sättigungsstrom steigt mit der Nickelkonzentration auf das Dreifache. Dabei ist zu

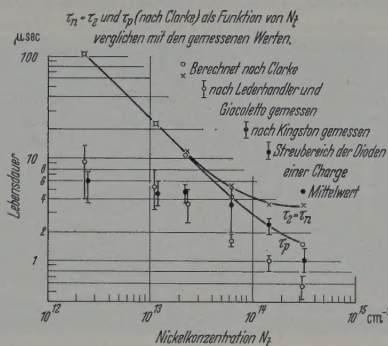


Abb. 2. Gemessene und berechnete Lebensdauern in  $pn$ -Dioden als Funktion der Nickeldotierung

beachten, daß bei hohen Nickelkonzentrationen ein Teil des Stromanstieges durch eine Zunahme des spezifischen Widerstandes im  $n$ -Teil verursacht wird.

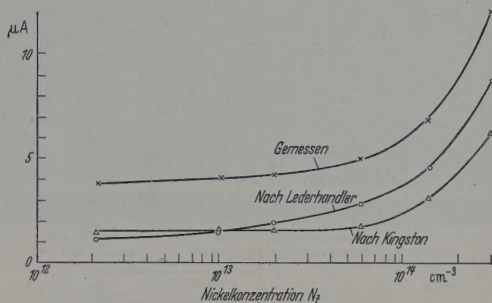


Abb. 3. Gemessene und berechnete Sperrströme der  $pn$ -Dioden als Funktion der Nickeldotierung

Der Nickelzusatz kompensiert hier merklich einen Teil der Donatoren.

Ferner haben wir aus den gemessenen Lebensdauern die zu erwartenden Sättigungsströme nach

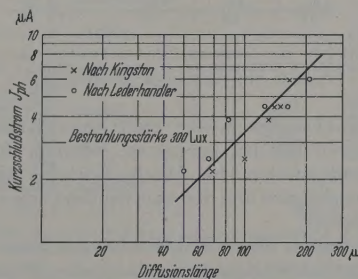


Abb. 4. Photostrom der  $pn$ -Dioden mit Nickelzusatz als Funktion der gemessenen Diffusionslänge

SHOCKLEY berechnet. Die gemessenen Ströme liegen um einen fast konstanten Betrag höher. Man könnte deshalb vermuten, daß zu dem theoretischen Sättigungsstrom ein von der Nickelkonzentration unabhängiger Oberflächenstrom hinzukommt.

Als letztes haben wir an den  $pn$ -Übergängen die Photoempfindlichkeit gemessen (Abb. 4). Es wurde



der Kurzschlußstrom bei konstanter Bestrahlungsstärke von 300 Lux als Funktion der gemessenen Diffusionslänge ermittelt. Die Theorie verlangt eine Proportionalität zwischen beiden Größen. Die eingezeichnete theoretische Kurve ist eine 45°-Gerade und gibt eine gute Mittelung der gemessenen Werte.

Den Herren Dr. R. WIESNER und Dr. H. RÜCHARDT habe ich für anregende Diskussionen zu danken. Dem Letztgenannten und Herrn TH. PFEIFFER gehört mein Dank für die Messung der Lebensdauern.

### Zusammenfassung

Aus der Schmelze gezogene *pn*-Übergänge aus Germanium wurden durch nachträgliche Eindiffusion von Nickel mit Rekombinationszentren dotiert. Die Eigenschaften dieser *pn*-Übergänge — Lebensdauer, Sperrstrom, Photostrom — wurden als Funktion der

Rekombinationszentrendichte gemessen. Nach I. rechnungen von CLARKE wurden die nach der Theorie von SHOCKLEY, READ und HALL zu erwartenden Lebensdauern ermittelt und mit den gemessenen Werten verglichen.

**Literatur:** [1] SHOCKLEY, W., and W.T. READ jr.: *Phys. Rev.* **87**, 835 (1952). — HALL, R.N.: *Phys. Rev.* **87**, 835 (1952). — HOFFMANN, A.: *Halbleiterprobleme*, Bd. II. Braunschweig: Vieweg & Sohn 1955. — [2] BURTON, J.A., C. HULL, F.J. MORIN and J.C. SEVERIENS: *J. Phys. Chem.* **58**, 853 (1953). — [3] CLARKE, D.H.: *J. Electronics* **3**, 375 (1954). — [4] KINGSTON, R.H.: *Proc. Inst. Radio Engrs.*, N.Y. **42**, 8 (1954). — [5] LEDERHANDLER, S.R., and L.S. GIACOLLETT: *Proc. Inst. Radio Engrs.*, N.Y. **43**, 477 (1955). — [6] MAES, F. VAN DER, u. J.A. BRENNEMANN: *Philips Res. Rep.* **9**, 1 (1954).

Dr. HEINZ DORENDORF,  
Wernerwerk für Bauelemente der Siemens & Halske AG,  
München 8, Balanstraße 73

## Über die elastischen Konstanten von Germanium unter allseitigem Druck bis zu 12000 kp/cm<sup>2</sup>

Von JAN KOPPELMANN und GOTTFRIED LANDWEHR \*\*

Mit 7 Textabbildungen

(Eingegangen am 23. März 1959)

### Einleitung

Im Rahmen einer Arbeit über die Driftbeweglichkeiten von Löchern und Elektronen in Germanium bei hydrostatischen Drucken bis zu 14000 kp/cm<sup>2</sup> [1] wurden zur Deutung der Meßergebnisse Angaben über

liefern die Messungen Angaben hoher Genauigkeit über die Kompressibilität von Germanium und der Druckabhängigkeit, die bei diesen Untersuchungen als Effekt erster Ordnung gemessen werden kann.

### Meßeinrichtung

Einzelheiten der Druckapparatur werden in der oben angeführten Arbeit [1] beschrieben. Für die Schallgeschwindigkeits-Messungen standen ein zylindrischer in 110-Richtung orientierter Einkristall mit einem Durchmesser von 13 mm und einer Länge von 24 mm und ein handelsübliches Ultraschall-Echoimpulsgerät (USIP 9 mit Interferometer, Firma Dr. J. und H. Krautkrämer, Köln) mit einer Frequenz von 6 MHz zur Verfügung.

Abb. 1 zeigt das Meßprinzip dieses Gerätes. Von dem Impulsgenerator IG in periodischer Folge erzeugten kurzen elektrischen Impulse werden zu Schwingquarzen *S* zugeführt, von denen der eine die Germanium-Probe *P* und der andere in eine Wassertrog kurze Schallimpulse abstrahlt. Diese Impulse werden zwischen den Schwingquarzen und der Rückseite der Probe bzw. dem Reflektor *R* in Wassertrog mehrfach hin und her reflektiert, von den Quarzen jeweils wieder empfangen und über den Verstärker *V* dem Oszillographen *Os* zugeführt, dessen Zeitablenkung mit dem Impulsgenerator *IG* synchronisiert ist. Auf dem Leuchtschirm erscheinen daher als stehendes Bild der Sendepuls *SI*, die Mehrfachechos aus der Germanium-Probe 1. P., 2. P., 3. P. ... und das Echo aus der Wasserstrecke 1. W. (s. auch Abb. 2). Durch Verschieben des Reflektors mit einer Meßspindel läßt sich das Wasserecho nach einander mit den verschiedenen Probenechos zur Interferenz bringen, so daß aus der Länge des Kristalls der bekannten Schallgeschwindigkeit in Wasser un-

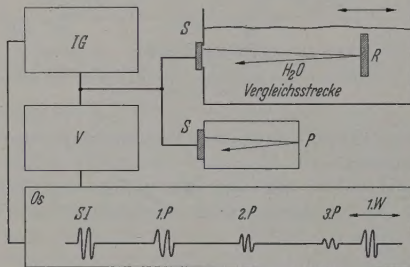


Abb. 1. Meßprinzip des Ultraschall-Echoimpulsgerätes. Es bedeuten: IG Impulsgenerator, S Schwingquarz, P Germaniumprobe, V Empfangsverstärker, Os Oszillograph, R Reflektor

die Druckabhängigkeit der elastischen Konstanten benötigt, weil bei den benutzten, schwach dotierten Germaniumkristallen eine Wechselwirkung zwischen den Ladungsträgern und den akustischen Gitterschwingungen besteht.

Da zu Beginn dieser Untersuchungen keine Werte für die Druckabhängigkeit der elastischen Konstanten vorlagen und die inzwischen von McSKIMIN [2] veröffentlichten Messungen nur bis zu 3600 kp/cm<sup>2</sup> reichten, wurden bei Drucken bis zu 12000 kp/cm<sup>2</sup> drei voneinander unabhängige Ultraschallgeschwindigkeits-Messungen durchgeführt, aus denen sich die elastischen Konstanten berechnen lassen (s. z. B. [3]). Weiterhin

\* Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt.

\*\* Zur Zeit Univ. of Illinois, Urbana, Ill., Department of Electrical Engineering.



der Verschiebung des Reflektors die Schall-  
windigkeit im Germanium berechnet werden  
kann.

Abb. 4 zeigt einen Schnitt durch die Halterung des  
Germaniumkristalls in der Druckkammer. Die mit  
Prüfkopfleitung des Ultraschallgerätes verbundene  
elektrische Zuleitung ist zur besseren Anpassung mit  
einem auf die Meßfrequenz (6 MHz) abstimmbaren  
Netzwerk parallel geschaltet. Auf den Rückseiten  
des Schwingquarzes und des Prüflings liegt je eine  
absorbierende Kunststoffplatte, die zur elek-  
trischen Kontaktgabe mit einer 6  $\mu$  dicken Aluminium-  
folie umlegt ist.

Bei der Messung der Longitudinalwellengeschwin-  
digkeit genügt es, den Schwingquarz mit der Druck-  
kammer an den Prüfling anzukoppeln. Dagegen  
müssen bei der Messung von Transversalwellenge-  
schwindigkeiten die Quarze zur Bedämpfung ihrer  
Schwingung auf den Prüfling aufgeklebt werden.

Die Kittung mit Araldit erwies sich als so starr, daß  
sich bei einem Druck von 5000 kp/cm<sup>2</sup> die mechanischen  
Spannungen zu einem Bruch im Germanium-  
kristall führten. Bessere Ergebnisse konnten mit  
Wachs erzielt werden, das bei niederen Drucken  
eine gewisse Plastizität besitzt. Die Kittung  
wurde bei einer Temperatur von 80° C durchgeführt,  
wobei das Wachs dünnflüssig ist. Ein besonderer  
Vorteil dieses Klebmittels besteht darin, daß sich der  
Prüfling nach dem Versuch wieder leicht vom Prüfling  
lösen läßt. Nachteilig ist die leichte Löslichkeit von  
Wachs in der Druckflüssigkeit, einem Gemisch  
aus Petroleum, Paraffinöl und Dekalin, besonders bei  
hohen Drucken. Daher wurde der Rand der Kleb-  
schicht mit einer Schutzschicht aus Schellack überzogen.  
Bei dem oben genannten Verfahren tritt bei der  
Messung der Longitudinalwellengeschwindigkeit die  
starke Streuung der Meßwerte auf, die zum Teil auf  
eine Amplitudenabnahme der aufeinander folgen-  
den Echos zurückzuführen ist. Vor allem bei  
hohen Drucken liegt das dritte Probenecho bereits  
knapp über dem Störpegel, da dann bei jeder  
Reflexion ein erheblicher Teil der Schallenergie von  
den Absorbern geschluckt wird. Im Gegensatz dazu  
ist für Schubwellen wesentlich bessere Reflexions-  
verhältnisse vor, wie z. B. aus Abb. 3 hervorgeht.

Eine zweite Fehlerquelle ist in kleinen, bei der Re-  
sonanz auftretenden Phasendrehungen zu suchen, die  
falls druckabhängig sind und auf Änderungen der  
mechanischen Impedanzen zurückzuführen sind. Bei  
relativ niedrigen Frequenz von 6 MHz (kleine  
Wellenlängen in der Germanium-Probe)  
sind diese Phasendrehungen stärker in das Ergebnis  
eingerechnet als bei höheren Frequenzen und machen sich  
besonders bei Messungen mit Longitudinalwellen  
deutlich bemerkbar.

Daher wurde die Messung der Longitudinalwellen-  
geschwindigkeit mit einem zweiten Verfahren über-  
nommen, das in ähnlicher Form von McSKIMIN [2] an-  
gewendet ist.

In Abb. 5 ist das Meßprinzip schematisch darge-  
stellt. Ein Impuls-generator *IG* gibt in periodischer  
Form kurze Rechteckimpulse an den Tastverstärker  
ab. Dieser erzeugt hieraus Schwingungsimpulse,  
die durch den Meßsender *MS* vorgegebenen Fre-  
quenz, die, dem Sendequarz *S* zugeleitet, als akustische  
Wellenzug die Probe *P* durchlaufen und vom

Empfangsquarz *E* wieder als elektrisches Signal über  
den Empfangsverstärker *EV* an den Oszillographen *Os*  
abgegeben werden. Durch Synchronisation der Zeit-  
ablenkung des Oszillographen mit dem Impuls-genera-

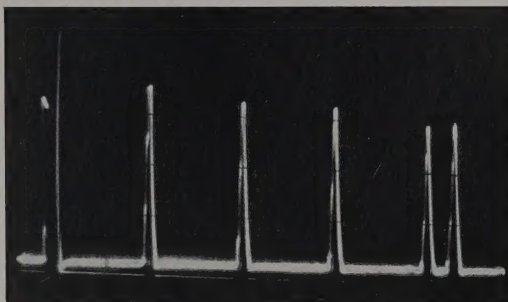


Abb. 2. Schirmbild bei der Messung der Transversalwellengeschwindigkeit (110, 001). Meßfrequenz = 6 MHz. Von links nach rechts: Sendeimpuls, 1. bis 4. Echo aus dem Germanium-Kristall und Echo aus der Wasser-Vergleichsstrecke (Interferometer)

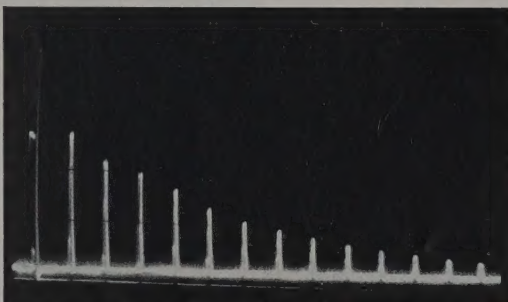


Abb. 3. Sendeimpuls und Serie von Mehrfachechos aus der Germanium-Probe bei der Messung der Transversalwellengeschwindigkeit (110, 001)

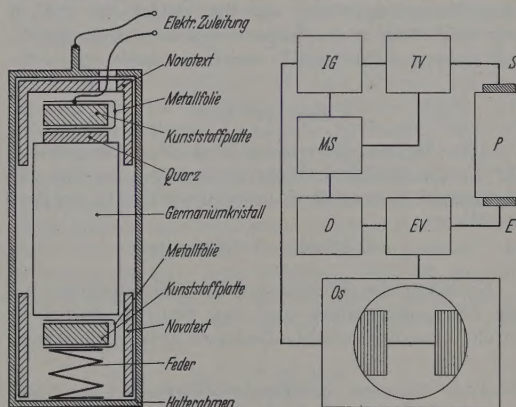


Abb. 4

Abb. 5

Abb. 4. Schnitt durch die Halterung der Germanium-Probe in der Druckkammer für das erste, in Abb. 1 dargestellte Meßverfahren

Abb. 5. Meßprinzip des Kontrollverfahrens. Es bedeuten: *IG* Impuls-generator, *TV* Tastverstärker, *MS* Meßsender, *S* Sendequarz, *P* Germanium-Probe, *E* Empfangsquarz, *D* Dämpfungsleitung, *EV* Empfangsverstärker, *Os* Oszillograph

tor *IG* erhält man ein stehendes Bild des Meßimpulses  
auf dem Leuchtschirm. Gleichzeitig wird die Hoch-  
frequenzspannung des Meßsenders *MS* über die Dämp-  
fungsleitung *D* in den Empfangsverstärker *EV* ein-  
gekoppelt. Da die Phasenlage des auf den Empfangs-  
quarz *E* auftreffenden Schwingungsimpulses (im  
Vergleich zur Phasenlage des Meßsenders) von der



Frequenz und der Laufzeit im Germanium-Kristall abhängt, lassen sich bei geeigneter Einstellung der Frequenz und der Dämpfungsleitung beide Signale gegenseitig kompensieren. Mit dieser Nullmethode ergibt sich die relative Laufzeitänderung in der Probe direkt aus der relativen Frequenzänderung am Meßsender.

Eine wesentliche Voraussetzung für die Genauigkeit dieses Verfahrens besteht darin, daß die Quarze  $S$  und  $E$  bei der Umwandlung von elektrischer in mechanische Energie und umgekehrt keine zusätzlichen Phasendrehungen verursachen, die um so stärker in das Ergebnis eingehen, je kleiner das Verhältnis der

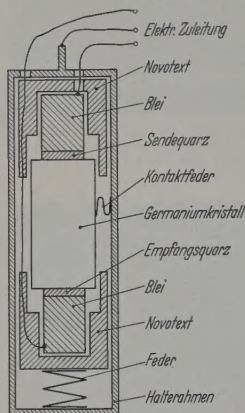


Abb. 6. Schnitt durch die Halterung der Germanium-Probe in der Druckkammer für das zweite, in Abb. 5 dargestellte Meßverfahren

erhöht und jeder Quarz rückseitig mit Araldit auf einen Dämpfungskörper aus Blei aufgeklebt. Abb. 6 zeigt einen Schnitt durch die entsprechend angeänderte Halterung des Prüflings in der Druckapparatur.

### Meßergebnisse

Alle Messungen wurden bei Raumtemperatur (20° C) durchgeführt. Dichtmessungen an dem zur Verfügung stehenden Germanium-Kristall ergaben den Wert

$$\rho = 5,32691 \pm 0,00015 \text{ g/cm}^3.$$

Nachdem die Richtungen der Kristallachsen bei der Germaniumprobe und bei den Schubquarzen durch Laue-Rückstrahlaufnahmen festgelegt waren,

Tabelle 1. Gemessene Schallgeschwindigkeiten bei  $p=0$  und  $t=20^\circ \text{C}$

Wellentyp	Ausbreitungs-Richtung	Richtung der Teilchenbewegung	Schallgeschwindigkeit
Longitudinal	110	110	$5,414 \pm 0,008 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$
Transversal	110	110	$2,751 \pm 0,003 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$
Transversal	110	001	$3,547 \pm 0,004 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$

wurden an dem zylindrischen Kristall (110-Richtung parallel zur Zylinderachse) die in Tabelle 1 angegebenen Schallgeschwindigkeiten gemessen.

Die relativen Änderungen dieser Schallgeschwindigkeiten im Kristall unter allseitigem Druck bis zu

12000 kp/cm<sup>2</sup> sind in Abb. 7 dargestellt. Jeder Meßpunkt des Echoimpulsverfahrens bezeichnet einen Mittelwert aus verschiedenen Meßreihen. Für Ermittlung der Longitudinalwellengeschwindigkeit wurden jeweils das erste, zweite und dritte und für Ermittlung der Transversalwellengeschwindigkeit erste bis vierte Probenecho herangezogen (vgl. z. B. Abb. 2).

Wie bereits erwähnt, waren bei der Messung Longitudinalwellen die Streuungen der Einzelwerte um den Mittelwert am größten. Daher wurde zur Kontrolle die zweite Meßmethode angesetzt, die,

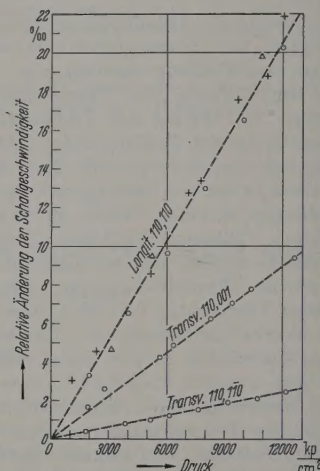


Abb. 7. Relative Änderung der Schallgeschwindigkeiten ohne Berücksichtigung der Korrektur für die Längenänderung der Probe unter Druck.  $\circ$  erstes Meßverfahren,  $+$  zweites Meßverfahren bei etwa 10 MHz,  $\Delta$  zweites Meßverfahren bei etwa 12 MHz

aus Abb. 7 hervorgeht, im Rahmen der Meßgenauigkeit zum gleichen Ergebnis führt. Bei dieser Methode waren die Streuungen der Meßpunkte im wesentlichen auf eine ungenügende Ablesegenauigkeit der Meßsenderskala zurückzuführen.

Es sei besonders betont, daß bei allen in Abb. 7 angegebenen Meßpunkten die Längenänderung des Prüflings unter Druck noch nicht berücksichtigt wurde, da die hiermit verbundenen Korrekturen der Schallgeschwindigkeit erst im Iterationsverfahren aus den Meßwerten berechnet werden. Einzelheiten der Berechnung sind z. B. der Arbeit von McSKIMIN [2] zu entnehmen.

Tabelle 2. Adiabatische elastische Konstanten  $c_{ik}$  und isotherme Kompressibilität  $K$  bei 20° C. Die Fehlergrenzen betragen  $\pm$  der angegebenen Werte

	$p = 0$	$p = 12000 \text{ kp/cm}^2$	relativ. Änderung
$c_{11}$	$12,941 \cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$	$13,557 \cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$	+ 4,7%
$c_{12}$	$4,880 \cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$	$5,415 \cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$	+ 10,9%
$c_{44}$	$6,703 \cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$	$6,860 \cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$	+ 2,3%
$K$	$1,327 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{dyn}$	$1,236 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{dyn}$	- 6,8%

Die aus den Schallgeschwindigkeiten und Dichte ermittelten elastischen Konstanten sind in Tabelle 2 zusammengefaßt. Sie zeigen innerhalb des Meßbereiches eine lineare Abhängigkeit vom hydrostatischen Druck.



ei den in dieser Arbeit benutzten relativ niedrigen Frequenzen muß man infolge ungenügender Bündel des Schallfeldes und kleiner Phasendrehungen an Grenzflächen der Probe kleine systematische Fehler in Kauf nehmen, die sich im Rahmen der angegebenen Fehlergrenzen halten. Dennoch zeigen die Ergebnisse eine recht gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen von McSKIMIN [2], [4] und BRIDGMAN [5] angegebenen Werten.

### Zusammenfassung

Die Ultraschallgeschwindigkeitsmessungen wurden an elastischen Konstanten eines Germanium-Einkristalls unter allseitigem Druck bis zu 12000 kp/cm<sup>2</sup> durchgeführt.

Die Verfasser danken Herrn Ir. F.H. STIELTJES, Philips Research Laboratories, Eindhoven, recht herzlich für die Überlassung der Germanium-Probe, sowie

Dr. SCHOENECK (PTB) für die Dichtebestimmung, Herrn Dr. WEYERER (PTB) für die Laue-Rückstrahlungsaufnahmen und Herrn Dr. GIELESSEN (PTB) für die Überlassung der Druckapparatur. Nicht zuletzt danken sie Herrn H. J. ENGELMANN für die Betreuung der Druckapparatur und der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die finanzielle Unterstützung der Arbeit.

**Literatur:** [1] LANDWEHR, G.: „Messungen der Driftbeweglichkeit, des elektrischen Widerstandes und der Lebensdauer von Minoritätsladungsträgern an n- und p-Germanium bei hohen hydrostatischen Drücken“, erscheint in „Zeitschrift für Naturforschung“. — [2] McSKIMIN, H. J.: J. Acoust. Soc. Amer. **30**, 314 (1958). — [3] BERGMANN, L.: Der Ultraschall. Stuttgart: S. Hirzel 1954. — [4] McSKIMIN, H. J.: J. Acoust. Soc. Amer. **22**, 413 (1950). — [5] BRIDGMAN, P. W.: Proc. Amer. Acad. Arts Sci. **77**, 199 (1949).

Dr. JAN KOPPELMANN, Dr. GOTTFRIED LANDWEHR,  
Braunschweig,  
Physikalisch-Technische Bundesanstalt

## Über die Strömung im Hochvakuum („Knudsen'sche Molekularströmung“) unter dem Einfluß von Adsorption und Absorption

Von FRITZ KIRCHNER

(Eingegangen am 4. März 1959)

Bei den Arbeiten mit gründlich entgastem Alkali in Höchstvakuumapparaturen, die von Ventilen und Pumpen durch ein Hochvakuum getrennt waren, ist uns vor längerer Zeit schon aufgefallen, daß das zur Druckmessung verwendete Bayard-Alpert-Manometer einen um 1 bis 2 Zehnerpotenzen niedrigeren Druck anzeigte, als dem Sättigungsdruck bei der jeweils herrschenden Temperatur entsprach. Dies war auch dann der Fall, wenn die Höchstvakuumapparatur auf 80 bis 120° C erwärmt wurde. Es wurde zunächst vermutet, daß es sich um fehlerhafte Angaben des Bayard-Alpert-Manometers handelte; es hatte sich nämlich eingestellt, daß eine zuverlässige Druckmessung am Ionisationsmanometer bei Gegenwart von Gas dampfen dadurch erschwert, bzw. unmöglich gemacht wird, daß hierbei das Verhältnis des an der Sammelelektrode gemessenen Stroms zum ionisierten Elektronenstrom in starkem Maße von der Ionenstromstärke abhängt. Die Kontrolle der Druckmessung nach anderen Methoden — z.B. mit der aus dem positiven Ionenstrom ermittelten Druckzahl auf einen glühenden Wolframdraht von bekannter Oberfläche — zeigte aber, daß die beobachteten Unterschiede von 1 bis 2 Zehnerpotenzen nicht auf fehlerhafte Angaben des Ionisationsmanometers zurückgeführt werden konnten. Die weiteren Untersuchungen ergaben das Resultat, daß der nach dem herrschenden Temperatur zu erwartende Sättigungsdruck nur dann richtig angezeigt wurde, wenn in genügender Alkalimetallvorrat in unmittelbarer Nähe der Stelle befand, an der der Druck bzw. Sättigungsdruck gemessen wurde, daß dagegen die Sättigungsdruckzahl auch nach längerem Warten um 1 bis 2 Zehnerpotenzen niedriger blieb, wenn das Meßgefäß keinen Alkalimetallvorrat enthielt, sondern mit Gas gefüllt, in dem sich dieser befand, nur durch ein

Glasrohr von den üblichen Abmessungen — z.B. 10 bis 20 cm Länge und 1 bis 2 cm Durchmesser — verbunden war. Aus diesen Beobachtungen geht hervor, daß man es mit einer „versickerten“ Molekularströmung zu tun hat, die erheblich von der „Knudsen'schen Molekularströmung“ abweicht.

Für die Strömung eines Gases bei so niedrigem Druck, daß die Zusammenstöße der Moleküle untereinander keine merkliche Rolle mehr spielen, hat bekanntlich M. KNUDSEN [1] eine Theorie gegeben, bei der von der Annahme ausgegangen wurde, daß die auf eine Begrenzungswand treffenden Moleküle die Wand nach dem Kosinussgesetz wieder verlassen. Die Strömung durch ein zylindrisches Rohr vom Radius  $r$  und der Länge  $L$  ( $r \ll L$ ) läßt sich dann als Diffusionsvorgang behandeln, und man erhält z.B. im Fall einer stationären Strömung die Anzahl der Moleküle, die aus einem Behälter 1 mit der Moleküldichte  $n_1$  pro cm<sup>3</sup> durch das zylindrische Rohr pro sec in einen Behälter 2 mit einer Moleküldichte  $n_2 \ll n_1$  pro cm<sup>3</sup> ausströmt, zu

$$K = \frac{8\pi}{3} \frac{r^3}{L} \frac{n_1 u}{4},$$

wo  $u$  die mittlere Molekulargeschwindigkeit bedeutet.

Die an der Rohrwand stattfindende Adsorption, die in der Knudsen'schen Theorie nicht berücksichtigt ist, läßt sich nach P. CLAUSING [2] unter vereinfachten Annahmen in der Weise berücksichtigen, daß angenommen wird, daß ein auf die Wand auftreffendes Molekül diese nicht sofort, sondern erst nach einer gewissen Verweilzeit wieder verläßt, die mehr oder weniger groß sein kann, und daß sodann die Knudsen'sche Strömung sich erst ausbildet, wenn sich die gesamte Rohrwand mit einer monatomaren Adsorptionsschicht bedeckt hat. Nach CLAUSING unterscheidet sich hiernach die Knudsen'sche Strömung mit



Berücksichtigung der Adsorption von der gewöhnlichen Knudsen-Strömung nur während der Anlaufzeit  $t_0$ , die verstreicht, bis sich die Rohrwandung in ihrer ganzen Länge mit einer monoatomaren Adsorptionsschicht bedeckt hat; während dieser Zeit werden nämlich praktisch alle in das Rohr eintretenden Moleküle an der Rohrwand adsorbiert, so daß die Zahl der aus dem Rohr austretenden Moleküle verschwindend klein ist. Von dem Zeitpunkt an jedoch, zu dem die Adsorptionsschicht das Ende des Rohres erreicht hat, verläuft die Strömung dann als stationäre Strömung in genau der gleichen Weise wie die gewöhnliche Knudsen-Strömung.

Die „Anlaufzeit“ läßt sich nach CLAUSING abschätzen zu

$$t_0 = \frac{3}{8} \frac{L^2}{r^2 S f},$$

wo  $S$  die Stoßzahl und  $f$  die pro Molekül bei der Adsorption bedeckte Fläche bedeuten; sie kann im Druckbereich des Höchstvakuaums beträchtlich werden, und da z.B. der Dampfdruck des Kaliums bei normaler Raumtemperatur nur wenig über  $10^{-8}$  Torr liegt, kann bei Raumtemperatur schon eine beträchtliche Zeit bis zum Eintritt der stationären Strömung verstreichen. Bei höheren Temperaturen kann aber diese Anlaufzeit wegen des größeren Dampfdrucks keine merkliche Rolle mehr spielen. Die nach dem Eintritt der stationären Strömung beobachteten Druckunterschiede können daher mit der Clausingschen Theorie der Knudsen-Strömung, in der die Adsorption mitberücksichtigt ist, nicht erklärt werden. Sie werden erst dann verständlich, wenn man außer der Adsorption auch die Absorption in der Rohrwand mitberücksichtigt.

Den Einfluß der Absorption kann man in folgender Weise abschätzen: Wir führen außer der schon von CLAUSING benutzten „mittleren Verweilzeit“ eines auf die Rohrwand auftreffenden und dort adsorbierten Moleküls  $\tau$  bis zu dem Zeitpunkt, zu dem es die Rohrwand verläßt, um wieder in den Gasraum einzutreten — diese mittlere Verweilzeit wollen wir als  $\tau_{\text{Des}}$  bezeichnen, weil sie die Desorptionswahrscheinlichkeit kennzeichnet — noch eine mittlere Verweilzeit des auf der Rohrwand zur Adsorption gelangten Moleküls  $\tau_{\text{Abs}}$  bis zu seiner Absorption in der Wand ein. Die wirkliche mittlere Verweilzeit  $\tau$  eines zur Adsorption gelangten Moleküls auf der Oberfläche der Rohrwand ergibt sich dann aus der Beziehung:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{Des}}} + \frac{1}{\tau_{\text{Abs}}}.$$

Aus der mittleren Verweilzeit des Moleküls läßt sich die „mittlere Durchlaufzeit“  $\bar{t}$  des einzelnen Moleküls durch die Länge  $L$  des Rohres abschätzen zu:

$$\bar{t} = \frac{L^2}{8r^2} \left( \frac{2r}{u} + \tau_{\text{Des}} \right).$$

Hieraus ergibt sich der Bruchteil der Zahl der in das Rohr eintretenden Moleküle, die während des Durchlaufs durch die Länge  $L$  des Rohrs absorbiert werden, zu

$$\frac{\bar{t}}{\tau_{\text{Abs}}} = \frac{1}{2} \left( \frac{L}{2r} \right)^2 \cdot \frac{\tau_{\text{Des}}}{\tau_{\text{Abs}}}.$$

Anders als bei der Clausingschen Betrachtung, bei der nur die Adsorption berücksichtigt wurde, ergibt

sich jetzt auch für die stationäre Strömung ein Unterschied gegenüber der ursprünglichen Knudsen-Theorie, weil ein Teil der in das Rohr eintretenden Moleküle während des Durchlaufs durch Absorption ausscheidet. Die Zahl der nach dem Durchlaufen der Rohrlänge  $L$  noch vorhandenen Moleküle läßt sich nämlich nach den obigen Überlegungen abschätzen

$$K' = \frac{8\pi}{3} \frac{r^3}{L} \frac{n_1 u}{4} \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{L}{2r} \right)^2 \frac{\tau_{\text{Des}}}{\tau_{\text{Abs}}} \right).$$

Es existiert demnach bei vorgegebenem Rohrdurchmesser  $2r$  eine kritische Rohrlänge  $L_{\text{max}}$ , stimmt durch

$$L_{\text{max}} = 2r \sqrt{2 \frac{\tau_{\text{Abs}}}{\tau_{\text{Des}}}},$$

über die hinaus die Molekularströmung nicht eindringen kann. Die Messung dieser kritischen Rohrlänge ermöglicht die Bestimmung von  $\tau_{\text{Abs}}/\tau_{\text{Des}}$ . Den bisherigen Beobachtungen scheint sich  $L_{\text{max}}$  sehr stark mit der Temperatur zu ändern; eine starke Temperaturabhängigkeit ist aber auch nicht zu erwarten, wenn man annimmt, daß die Adsorption ein Diffusionsvorgang von der Oberfläche der Rohrwand in das Innere hinein nach einem Exponentialgesetz von der Temperatur abhängt.

#### Zusammenfassung

Beim Arbeiten mit Alkalimetalldämpfen in Hochvakuumventilen, die mit der Pumpe durch ein Hochvakuumventil abgeschlossen sind, treten bei verschiedenen Temperaturen sehr große Unterschiede in den Durchlaufzeiten auf, die mit dem Bayard-Alpert-Manometer und mit anderen Methoden gemessen wurden. Diese Unterschiede werden darauf zurückgeführt, daß es sich bei der Dampfströmung um eine modifizierte „Knudsen-Molekularströmung“ handelt, bei der nicht nur die Adsorption, sondern auch die Absorption durch die Gefäßwände eine entscheidende Rolle spielt. Der Materietransport in einer solchen „versickerten“ Strömung läßt sich abschätzen, wenn außer der Adsorption, deren Einfluß durch eine Verweilzeit  $\tau_{\text{Des}}$  beschrieben wird, auch die Absorption durch Einführung einer entsprechenden Verweilzeit bis zur Absorption  $\tau_{\text{Abs}}$  in Rechnung gesetzt wird. Die maximale Rohrlänge, über die eine Strömung unter solchen Umständen vordringen kann, ergibt sich zu

$$L_{\text{max}} = 2r \cdot \sqrt{2 \frac{\tau_{\text{Abs}}}{\tau_{\text{Des}}}},$$

wo  $r$  der Radius des Rohres ist.

Zu dem gleichen Resultat gelangt man auf einem anderen Wege mit Hilfe der Diffusionsgleichung

$$D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{u}{2r} \frac{\tau}{\tau_{\text{Abs}}} n.$$

Diese Gleichung unterscheidet sich von der von M. KNUDSEN und P. CLAUSING benutzten Ausgangsgleichung durch das Zusatzglied auf der rechten Seite, das der Absorption durch die Gefäßwand Rechnung trägt. (Die Gleichung entspricht formal derjenigen für die Wärmeleitung eines Stabes, bei dem ein Teil seiner Wärme durch „äußeres Wärme-



gen“ an die Umgebung abgibt.) Die Proportionalität des Zusatzgliedes mit  $n$  kann allerdings nur gelten, wenn die Gefäßwand nur zum kleinen Teil mit adsorbierten Atomen besetzt ist. Der häufigste Fall wird der andere Grenzfall sein, daß die Gefäßwand mindestens mit einer monoatomaren Adsorptionsschicht ganz bedeckt ist. In diesem Fall ist das Zusatzglied konstant, nämlich

$$\frac{u}{2r} \frac{\tau_p}{\tau_{\text{Abs}}} N,$$

die (nur noch temperaturabhängige) Verweilzeit  $u$  zur Verdampfung und  $N$  die Zahl der Teilchen pro Volumen, die sich in der Flächeneinheit einer monatomaren Schicht befinden. Im stationären Fall ist dann die Teilchendichte längs des Rohres parabolisch, und sie wird gleich Null bei der kritischen Länge  $L_{\text{max}}$ , die sich durch Einsetzen der Rand-

bedingungen in die Differentialgleichung ergibt zu

$$L_{\text{max}} = 2r \sqrt{2 \frac{\tau_{\text{Abs}}}{\tau_p}}.$$

Ein dem obigen entsprechendes Zusatzglied, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen, muß man hinzufügen, wenn die Gefäßwände für eine von außen einströmende Strömung merklich durchlässig sind; in diesem Fall entspricht die Differentialgleichung formal derjenigen, die man zur Auswertung der alten Kohlrauschschen Methode zur Bestimmung des Verhältnisses der Wärmeleitfähigkeit zur elektrischen Leitfähigkeit (Wiedemann-Franz'sches Gesetz) benutzt.

**Literatur:** [1] KNUDSEN, M.: Ann. d. Phys. **28**, 75 (1909).  
[2] CLAUSING, P.: Ann. d. Phys. **7**, 489 (1930).

Professor Dr. FRITZ KIRCHNER,  
I. Physikalisches Institut der Universität Köln

## Möglichkeit und Grenzen der elektromagnetischen Orientierung von Bohrkernen

VON FRIEDRICH TREY

Mit 3 Textabbildungen

(Eingegangen am 13. März 1959)

Nachdem in einzelnen Fällen festgestellt worden ist, daß man die bei Tiefbohrungen zu Tage getragenen Gesteinszylinder, falls sie einen nicht zu geringen Gehalt an magnetisierten Stoffen enthalten, orientieren kann, hat es sich als notwendig erwiesen, die physikalischen Erscheinungen näher zu untersuchen, auf denen das Verfahren beruht. Es liegt auf der Hand, daß ein vertikales Bohrloch zu denken. Der natürliche Magnetismus des Bohrkernes erzeugt bei Rotation in einer Spule einen Wechselstrom, entsprechend verstärkt an einem Oszillographen sichtbar werden kann. Durch Vergleich der ersten Sinus-Kurve mit jener Kurve, welche eine Kompaßnadel erzeugt, wird festgestellt, an welcher Mantellinie des zylinderförmigen Bohrkernes der Magnetismus am stärksten ist. Man kann dann den Kompaß so hinstellen, daß diese Mantellinie nach N magnetisch gerichtet ist, und damit den Bohrkern in die ursprüngliche Lage bringen, welche er ursprünglich im Bohrloch eingenommen hat.

Schwieriger als in diesem einfachen Falle wird die elektromagnetische Orientierung, wenn das Bohrloch zur lokalen mehr oder weniger geneigt ist. Und auch die Genauigkeit, mit der man einen Kern orientieren kann, ist je nach der Richtung des Bohrloches sehr verschieden. Die Methode versagt nämlich gänzlich, wenn das Bohrloch in der Richtung des magnetischen Meridianes liegt. In einem solchen Fall münden alle Mantellinien an den Basisflächen des Zylinders und verlaufen zur Mantelfläche parallel, so daß in einer Richtung, die senkrecht zur Zylinderachse steht, kein Magnetfeld induziert wird. Es muß daher theoretisch untersucht werden, in welcher Weise die Richtung des Bohrloches die Orientierung beeinflußt. Erst dann läßt sich beurteilen, ob und mit welcher Genauigkeit man die ursprüngliche Lage des Kernes im Bohrloch feststellen kann.

Bohrkerne, die orientiert werden können, müssen also aus dem vom Erdfeld homogen magnetisierten Gestein in einer Richtung herausgeschnitten sein, die nicht mit der Richtung des Erdfeldes zusammenfällt. Sie sind daher immer schräg magnetisiert und können ausnahmsweise sogar senkrecht zu ihrer Achse magnetisiert sein. Da für die Untersuchung der meist sehr schwach magnetisierten Bohrkerne nur das magnetische Feld in unmittelbarer Nähe der Kerne in Frage kommt, kann bei ihnen von einer Ersetzbarkeit der Magnetisierung durch Pole [2] nicht mehr die Rede sein. Es wird aber, welche Lage das Bohrloch im Erdraume auch haben möge, immer eine Mantellinie geben, die am stärksten N-magnetisiert ist und ihr gegenüber eine Mantellinie, auf welcher der S-Magnetismus am stärksten ist. Eine Ebene, welche wir durch diese Mantellinien legen, fällt jedoch mit der magnetischen Meridianebene des Erdfeldes nur dann zusammen, wenn auch die Achse des Bohrkernes in dieser Ebene liegt. In allen anderen Fällen bildet die Ebene der stärksten Magnetisierung mit der magnetischen Meridianebene einen mehr oder weniger großen Winkel. Deshalb wäre es verfehlt, den Bohrkern bei der Orientierung immer mit der Mantellinie der stärksten N-Magnetisierung einfach nach N zu richten. Wie dieses bei der Orientierung berücksichtigt werden kann, soll im weiteren dargelegt werden.

Dazu betrachten wir zuerst jene Fälle, in denen das Bohrloch in der magnetischen Meridianebene liegt. Man entnimmt der Abb. 1 die Unterschiede in der Magnetisierung der Zylinder, wenn diese schwach oder stark nach oben oder nach unten von der Richtung des Erdfeldes mit ihrer Achsenrichtung abweichen. Je größer die Abweichung ist (Lage 1 und 5), desto stärker wird das magnetische Feld an den beiden Mantellinien und desto genauer ist die Orientierung möglich. Außerdem ist noch aus der Abb. 1 ersichtlich, daß die



Nordseite der Mantelfläche in allen Fällen näher zur Feldlinie des Erdfeldes liegt als die Südseite. Daraus folgt, daß bei der Orientierung über der Erdoberfläche in den Fällen 1 und 2 die Nordlinie des Bohrkernes nach dem magnetischen Nordpol gerichtet

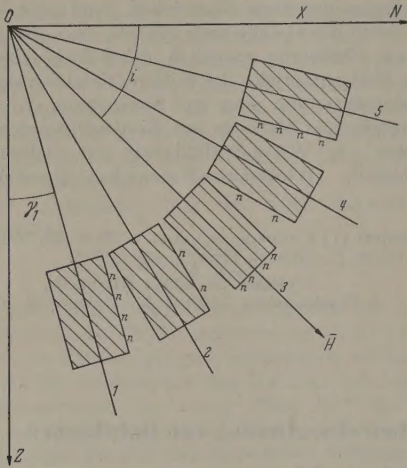


Abb. 1. Die Magnetisierung von Bohrkernen aus Bohrlöchern in der magnetischen Meridianebene bei verschiedenen Neigungswinkeln  $\gamma$  und gleichem Inklinationswinkel  $i$ . (Man lasse sich nicht optisch täuschen)

werden muß. Dagegen muß in den Fällen 4 und 5 gerade umgekehrt die Nordlinie dem magnetischen Südpol zugekehrt werden. Bezeichnet man wie in

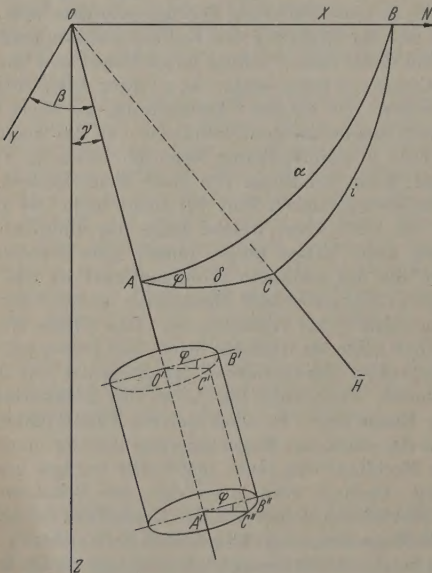


Abb. 2. Zur Ableitung der Formel für  $\cos \varphi$

Abb. 1 den Neigungswinkel eines in der magnetischen Meridianebene verlaufenden Bohrloches mit  $\gamma$ , so besteht also die triviale Orientierung N nach N zu Recht solange  $\gamma$  kleiner als  $(90-i)$  ist. Nur in seltenen Sonderfällen, in denen  $\gamma$  größer als  $(90-i)$  ist, muß man bei der Orientierung die Nordseite der Kerne um  $\varphi = 180^\circ$  nach S herumdrehen.

Wir gehen nun zu solchen Bohrlöchern über, welche aus der magnetischen Meridianebene heraus in den

Raum hineinreichen. Dann benötigen wir zur Angabe ihrer Richtung außer dem Neigungswinkel  $\gamma$  noch Azimutwinkel  $\psi$ , für den wir die magnetische Nordrichtung als 0 annehmen; von ihr aus rechnen wir Winkel rechts herum. In solchen Fällen wird beträchtlichen Werten von  $\gamma$  und  $\psi$  die Orientierung viel komplizierter. Während wir in den besprochenen Sonderfällen Abb. 1, 4 und 5 die Kerne, die wir erst immer N nach N aufgestellt denken, um den Winkel  $\varphi = 180^\circ$  aus der Nordrichtung in die entgegengesetzte Richtung nach S herumdrehen mußten, kann dieser Winkel im allgemeinen Fall, d. h., bei verschiedenen Werten von  $\gamma$  und  $\psi$ , ganz verschieden ausfallen. Es kann z. B. vorkommen, daß  $\varphi = 90^\circ$  wird und man dann gezwungen ist, die Nordseite des Bohrkernes nach Westen zu richten, damit der Kern seine ursprüngliche Lage wie im Bohrloch einnimmt. Wegen der großen Mannigfaltigkeit der möglichen Richtungen der Bohrlöcher und der Inklinationswinkel kommt man wenn man vom ebenen Problem der Abb. 1 zum räumlichen allgemeinen Fall übergeht, ohne Formeln nicht mehr aus. Diese nehmen eine einfachere Form an, wenn man den Winkel  $\delta$  zwischen den Richtungen des Erdfeldes und des Bohrloches einführt (Abb. 2). Wir beschränken unsere Betrachtungen auf einen Oktanten des Raumes, der in der Abb. 2 nach hinten von der  $xz$ -Ebene, nach links von der  $yz$ -Ebene nach oben von der  $xy$ -Ebene begrenzt ist. Die positive  $x$ -Achse ist auf der in der Papierebene liegenden Ebene nach rechts gerichtet und die  $z$ -Achse nach unten zum Nadir; die  $y$ -Achse der  $xy$ -Ebene zeigt nach vorne in den Raum vor der Papierebene. Um den Deklinationswinkel von vornherein auszuschließen, möge die  $x$ -Richtung so gewählt sein, daß sie auf den magnetischen Nordpol weist. Dann liegt der Inklinationswinkel  $i$  in der Papierebene und ist in seiner vollen Größe sichtbar. Die Richtung des Bohrloches weist in den Raum vor der Papierebene und wird durch die drei Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  bestimmt, welche mit den Koordinatenachsen  $x$ ,  $y$  und  $z$  bildet. Wie die  $\cos$ -Beziehung zwischen diesen Winkeln genügt, bekanntlich nur zwei von ihnen zu kennen, um die gewünschte Richtung festzulegen. Hier werden wir aber, um eine einfachere Formel zu erhalten, nur einen Winkel, nämlich  $\alpha$  als bekannt annehmen, den zweiten aber durch den erwähnten Winkel  $\delta$  zwischen den Richtungen des Erdfeldes und des Bohrloches ersetzen. Wie aus der Abb. 2 ersichtlich, hat man dann mit einem sphärischen Dreieck zu tun, dessen Seiten die Winkel  $\alpha$ ,  $i$  und  $\delta$  bilden. Mit seiner Spitze ragt es in den Raum vor der Zeichenebene hinein; die Seite  $i$  liegt in der Zeichenebene selbst. Wir setzen nun in Gedanken einen Bohrkern (Abb. 2 unten) mit der Mitte seiner oberen Basis in den Punkt  $O$  derart, daß die Zylinderachse  $O'A'$  die Richtung des Erdfeldes hat. In dieser Achse schneiden einander wie die Seiten eines aufgeschlagenen Buches die Ebenen  $OAB$  und  $OAC$ . In der ersten Ebene  $OAB$  liegt die horizontale  $x$ -Achse  $OB$ , die Zylinderachse  $O'A'$  zwischen ihnen eine Mantellinie, die wir mit  $l$  bezeichnen. Durch die Endpunkte  $B'$  und  $B''$  der Mantellinie werden auf den Basisflächen zwei Radien  $O'B'$  und  $A'B''$  bestimmt. In der zweiten Ebene  $OAC$  liegt an Stelle der Horizontalen  $OB$  nunmehr die Feldrichtung  $OC$ ; außerdem enthält sie die Mantellinie  $C'C''$ . Diese bestimmt auf der oberen Basis



aus  $O'C'$  und auf der unteren Basis den Radius  $C$ . Der Winkel zwischen den Radien auf den beiden Basisflächen ist gleichzeitig auch der gesuchte Winkel  $\varphi$  zwischen den Ebenen  $OAB$  und  $OAC$ . Von Apparaturs wird bei der Rotation die Mantellinie  $C$  angezeigt, weil sie am stärksten N-magnetisch ist. Sie liegt auf der Mantelfläche des Bohrkernes gegenüber der Mantellinie  $B'B''$  um  $\varphi$  Grad verdreht. Bei der Orientierung müssen wir daher von experimentell festgestellten N-Mantellinie aus und zuerst die um  $\varphi$  Grad weiter nach Rechts gedrehte Mantellinie  $B'B''$  markieren und diese dann nach N richten, damit der Bohrkern seine ursprüngliche Lage wie im Bohrloch einnehme.

Für die Berechnung des Winkels  $\varphi$  erhält man nach den Formeln der sphärischen Trigonometrie folgenden Ausdruck:

$$\cos \varphi = \frac{\cos i - \cos \alpha \cdot \cos \delta}{\sin \alpha \cdot \sin \delta}.$$

Wenn wir diese Formel auf eine Reihe von Sonderfällen anwenden. Zuerst betrachten wir den bereits erwähnten Fall, in dem eine Orientierung nicht möglich ist, weil die Richtung des Bohrloches mit der Richtung des Magnetfeldes zusammenfällt. Da  $A$  mit  $C$  zusammenfällt, erhalten wir, wie erwartet, einen unbestimmten Ausdruck für  $\varphi$ .

$$\cos \varphi = \frac{\cos i - \cos i \cdot 1}{\sin i \cdot 0} = \frac{0}{0}.$$

Setzt man das Bohrloch in der Meridianebene derart, daß  $\delta = 0$  ist, sondern einen endlichen Wert hat, so sind zwei Möglichkeiten zu unterscheiden. Solange  $OA$  rechts von  $OC$  liegt und  $\delta = \alpha - i$  positiv ist, erhalten wir  $\alpha = \delta + i$  für  $\cos \varphi$  den Wert 1.

$$\cos \varphi = \frac{\cos i - \cos^2 \delta \cdot \cos i + \sin \delta \cdot \sin i \cdot \cos \delta}{\sin^2 \delta \cdot \cos i + \cos \delta \cdot \sin i \cdot \sin \delta} = 1.$$

Wenn  $\alpha$  links von  $OC$  liegt, wie bereits ausgeführt,  $\varphi = 0$  und die magnetisierte Mantellinie zeigt nach Norden. Ist dagegen umgekehrt  $OA$  rechts von  $OC$  und daher  $\alpha + \delta$ , so wird  $\cos \varphi = -1$ .

$$\cos \varphi = \frac{\cos \alpha \cdot \cos \delta - \sin \alpha \cdot \sin \delta - \cos \alpha \cdot \cos \delta}{\sin \alpha \cdot \sin \delta} = -1.$$

Wenn  $\alpha$  links von  $OC$  liegt, ist in diesem Falle  $\varphi = 180^\circ$  und die Mantellinie  $N$  muß beim Orientieren nach S gerichtet werden. Wenn die Bohrrichtung nicht in der Meridianebene liegt, müssen wir bei der praktischen Verwertung der Formel berücksichtigen, daß die Richtung eines Bohrloches statt durch  $\alpha$  und  $\delta$  gewöhnlich durch den Neigungswinkel  $\gamma$  und den Azimutwinkel  $\psi$  angegeben wird. Aus dem rechtwinkligen sphärischen Dreieck  $OAC$  (Abb. 3) erhalten wir, wenn der rechte Winkel der Seite  $\alpha$  gegenüber liegt, für  $\alpha$ :

$$\cos \alpha = \sin \gamma \cdot \cos \psi.$$

Ähnlicher Weise erhalten wir für  $\cos \delta$  den Ausdruck:

$$\cos \delta = \cos \alpha \cdot \cos i + \cos \gamma \cdot \sin i.$$

Wir können also in jedem beliebigen Fall, wenn die Richtung des Bohrloches mit  $\gamma$  und  $\psi$  angegeben wird, den Winkel  $\varphi$  auf dem geschilderten Umweg über  $\alpha$  und  $\delta$  berechnen. Es wäre unzweckmäßig, nach einer Formel zu suchen, welche den Winkel direkt als Funktion von  $\gamma$  und  $\psi$  angibt, da die Berechnung mit

einer solchen um vieles schwerfälligeren Formel nur erschwert werden würde. (Anmerkung: Der Azimutwinkel  $\psi$  ist in dieser Arbeit der mit dem Deklinationswinkel korrigierte geographische Azimutwinkel.)

Gewöhnlich ist man bestrebt ein Bohrloch möglichst vertikal vorzutreiben; dann kann man, solange die Bohrlochrichtung nur geringfügig von der Vertikalen abweicht, auf die umständliche Berechnung von  $\varphi$  verzichten. Es ist dabei aber wichtig zu wissen, wie groß die Fehler sein können, die durch eine solche Vernachlässigung entstehen. Deshalb haben wir unter Annahme von  $i = 60^\circ$  für einige Neigungswinkel ( $2^\circ, 5^\circ, 10^\circ$  und  $15^\circ$ ) die Werte von  $\varphi$  bei verschiedenen

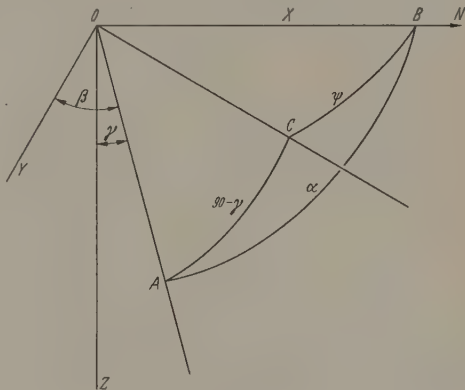


Abb. 3. Zur Ableitung der Formel für  $\cos \alpha$

Azimutwinkel ( $15^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  und  $90^\circ$ ) berechnet (vgl. Tabelle). Man erkennt, daß bereits bei einem Neigungswinkel von  $5^\circ$  die Korrektur, deren theoretische

Tabelle. Der Abweichungswinkel  $\varphi$  bei verschiedenen Werten von  $\gamma$  und  $\psi$

$\psi$	$2^\circ$	$5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$
0	0	0	0	0
15	0,9	2,8	6,2	12,7
30	2,0	5,0	11,8	21,9
60	2,9	8,2	17,2	26,8
90	3,4	8,6	16,7	24,2

Bedeutung in dieser Arbeit gezeigt worden ist, schon beträchtliche Werte von etwa  $8^\circ$  annehmen kann und daher berücksichtigt werden muß.

Die Berechnung von  $\varphi$  wird wesentlich erleichtert, wenn man die Formeln nach folgendem Schema umformt:

$$\cos \delta = \cos \alpha \cdot \cos i + \cos \gamma \cdot \sin i$$

wir setzen

$$\cos \gamma = m \cdot \cos A$$

und

$$\cos \alpha = m \cdot \sin A$$

daraus folgt

$$\tan A = \frac{\cos \alpha}{\cos \gamma};$$

$$\begin{aligned} \cos \delta &= m \cdot \sin A \cdot \cos i + m \cdot \cos A \cdot \sin i \\ &= m \cdot \sin(A + i), \end{aligned}$$

$$\cos \delta = \frac{\sin(A + i) \cdot \cos \alpha}{\sin A}$$



oder

$$\cos \delta = \frac{\sin(A + i) \cos \gamma}{\cos A}$$

Zur Auswertung der Formel für  $\cos \varphi$ .

Der Ansatz

$$\tan B = \frac{\cos \delta \cdot \cos \alpha}{\sin i}$$

führt zu

$$\cos \varphi = \frac{\cos(i + B)}{\sin \delta \sin \alpha \cdot \cos B}$$

### Zusammenfassung

Es wird eine Formel entwickelt, mit der man Bohrkerne nach der elektro-magnetischen Methode auch

dann orientieren kann, wenn die Richtung des loches von der Vertikalen abweicht.

Die angeführten Erleichterungen für die Bestimmung von  $\varphi$  verdanken wir Dozent Dr. JOSEF Leoben. Außerdem gilt mein bester Dank Prof. R. MEYER, Göttingen, für seine Ratschläge bei der Behandlung des Problems.

**Literatur:** [1] LEGAT, W.H.: Glückauf **90**, 1414 (1937) Radex Rdsch. H. 2, 508 (1937). — [2] SCHAEFER, C. Einführung in die theoretische Physik, Bd. III, Teil 1, Berlin: W. de Gruyter & Co. 1932.

Professor Dr. phil. FRIEDRICH TREY, Leoben (Österreich), Montanistische Hochschule

## Die Anwendung des Curie-Punktes von Ferriten zur Temperaturregelung\*

Von HARALD STRAUBEL

Mit 6 Textabbildungen

(Eingegangen am 16. März 1959)

### Einleitung

Die bekannten Mn-Zn-Ferrite als weichmagnetische Werkstoffe haben einen Curie-Punkt ( $T_c$ ), dessen Lage weitgehend durch den Zn-Anteil beeinflusst wer-

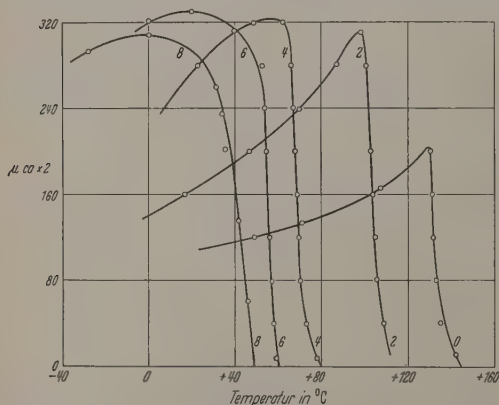


Abb. 1. Verlauf der Anfangspermeabilität  $\mu_A$  eines Mn-Zn-Ferrites in Abhängigkeit von der Temperatur. Parameter: Anteile Mol-% ZnO

den kann. Abb. 1 gibt hierfür ein Beispiel. Man erkennt, daß der Curie-„Punkt“ für technische Anwendungen zweckmäßig definiert wird als die Temperatur, bei der die Permeabilität  $\mu$  auf den halben Betrag abgefallen ist. Je nach dem gewählten Zn-Zusatz verändert sich auch das  $\mu_{max}$ , wenn auch verhältnismäßig geringfügig.

Die sehr steile Änderung von  $\mu$  in der Umgebung des  $T_c$  legt es nahe, den Kurvenverlauf zu Regelzwecken zu verwenden. Zweckmäßig benutzt man eine Kombination von hartmagnetischen Werkstoffen („Maniperm“,  $T_c$  etwa 550° C) mit weichmagnetischen Werkstoffen „Manifer“<sup>1</sup>, die die geeigneten Zn-Zu-

sätze enthalten und deren  $T_c$  aus Abb. 1 entnommen werden kann.

In einem magnetischen Kreis ist die Zugkraft bestimmt durch

$$P = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot \mu \cdot \dot{Q}^2 \cdot F$$

bzw.

$$P = F \cdot \left( \frac{B}{5000} \right)^2$$

$P$  = Zugkraft in kp,  $F$  = Fläche in cm<sup>2</sup>,  $B$  = Induktion in Gauß.

Die Zugkraft hängt also von  $\mu$  ab, was wegen des quadratischen Gliedes zu einer steilen Änderung der Kraftwirkung in Abhängigkeit von der Temperatur führt und die Abflachung der Permeabilitätskurve im Bereich der Anfangspermeabilität, in dem gearbeitet wird — zum Teil wieder aufhebt. Somit ist dieser Verlauf für thermostatische Regelungen geradezu an.

### 1. Thermostat für Verbrennungsmotore

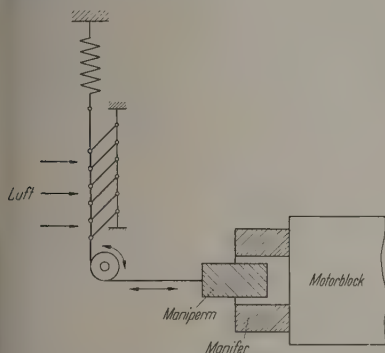
Ein Verbrennungsmotor arbeitet bekanntlich bei einer Betriebstemperatur von 80 bis 90° C. Eine Regelung auf die geeignete Temperatur erfolgte bisher beim Kraftfahrzeugmotor teils durch (Hand-)Einstellung der Kühlerjalousie, teils durch in den Wasserkreislauf eingebaute Bimetall-Thermostate. Kühlerjalousie wird nur vom aufmerksamen und teils Fahrer betätigt. Aus diesem Grunde laufen die meisten Fahrzeugmotoren mit erheblichen Überhitzungen. Die bisher üblichen Bimetall-Thermostate haben eine lineare, „weiche“ Charakteristik. Der Regelbereich umfaßt einen breiten Temperaturbereich. Kompliziertere Thermostate arbeiten mit dem Druck niedrigsiedender Flüssigkeiten. Ihre Charakteristik ist ebenfalls nicht steil und überdies vom äußeren Luftdruck abhängig.

a) Kühlerjalousie. Wie aus der Skizze in Abb. 2 ohne weiteres hervorgeht, kann mit dieser Anordnung

\* Vorgetragen auf der Physikertagung Leipzig am 28. 4. 58.

<sup>1</sup> Markenbezeichnung des VEB „Keramische Werke Hermisdorf“, Hermisdorf/Thür.

alousie in Abhängigkeit von der Motortemperatur  
net und geschlossen werden. Unter Aufwand  
kg Magnetmaterial erreicht man Zugkräfte von  
bei Wegen von 3 cm, was zur Betätigung voll-  
nen ausreicht. Die — durch die Wärme gelei-  
— magnetische Arbeit beträgt dann 600 p cm.  
Kühlwasserkreislauf. Der oben erwähnte Bi-  
ell-Thermostat kann mit Vorteil durch einen  
t-Thermostaten ersetzt werden (Abb. 3). Bei



2. Regelung einer Kühlerjalousie beim Kraftfahrzeug durch Ferrite, gesteuert durch die Motor-Temperatur

peraturen unter 80° C hält der Dauermagnet die  
Klappel geschlossen. Erreicht der an der  
Klappel befestigte Ferritring eine Temperatur von  
80° C, so fällt die Zugkraft so weit, daß sich die  
Klappel öffnet und nun das  
Kühlwasser umfließen läßt.  
In Abb. 4 ist die jeweilige  
Öffnung der Klappel in Ab-  
hängigkeit von der Tempe-  
ratur dargestellt, und zwar  
bei konstantem Rückdreh-  
moment. Die Ansprechemp-  
findlichkeit für das Schlie-  
ßen aus der Horizontallage  
(Öffnung) läßt sich wesent-  
lich vergrößern, wenn man  
den Magnet etwas gegen  
die Drehachse verschiebt.  
Damit wird das Dreh-  
moment der geschlossenen

Klappel verringert, das der offenen vergrößert. Man  
erhält so eine Regelgenauigkeit von  $\pm 2^\circ \text{C}$ .  
Störungen können bei der Einfachheit der Anord-  
nung nicht auftreten. Der an der Drossel befestigte  
Körper ist unempfindlich gegen die Einwirkung  
von Wasser. Außerdem kann er durch einen Überzug  
aus Silikonlack geschützt werden.

## 2. Wasserschalter für Diffusionspumpen

Diffusionspumpen oder andere Aggregate, welche  
einen ständigen Kühlwasserstrom benötigen, werden  
meist durch Druckschalter geschützt, die bei  
Überschreitung eines bestimmten Wasserdruckes die  
Pumpe abschalten. Diese Schalter bestehen meist  
aus einer Membran, welche einen entsprechenden  
Kontakt betätigt. Ein derartiger Schalter läßt sich  
jedoch auch mit den genannten Magnetwerkstoffen auf-  
bauen, wie aus Abb. 5 hervorgeht.

Als „Strömungsmesser“ dient ein weichmagneti-  
scher Zylinder im Inneren eines Glasrohres. Läuft  
eine ausreichende Wassermenge hindurch, so wird  
der Zylinder in dem (konischen) Glasrohr etwas ange-  
hoben. Er schnappt dabei in das Magnetfeld einer  
auf Hg schwimmenden, in ihrer Ebene magnetisierten  
hartmagnetischen Scheibe ein. Dadurch „hängt“ der  
Zylinder jetzt an der auf dem Hg schwimmenden  
Scheibe und belastet diese zusätzlich mit seinem

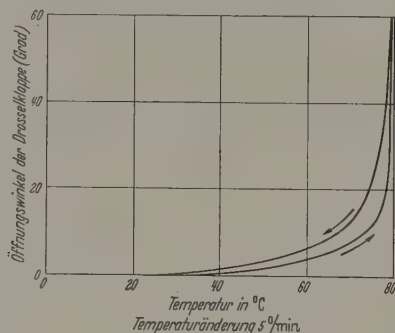


Abb. 4. Öffnungswinkel der Drosselklappe in Abhängigkeit von der Temperatur. Belastung mit konstantem äußeren Drehmoment von etwa 30 p cm

Gewicht. Die Scheibe drückt deshalb mit diesem  
Zusatzgewicht auf das Hg und drängt es in den  
rechts befindlichen Kontaktraum, wo es in bekann-  
ter Weise die beiden Zuleitungsstifte überbrückt.

Fällt der Wasser-  
druck unter einen be-  
stimmten Betrag, so löst  
sich der Zylinder von der  
magnetischen Scheibe,  
entlastet diese und der  
Kontakt wird wieder un-  
terbrochen. Der gleiche  
Vorgang tritt ein, wenn  
aus irgendwelchen Grün-  
den die Temperatur des  
Kühlwassers einen un-  
zulässig hohen Betrag  
erreicht. Überschreitet  
nämlich die Wassertempe-  
ratur den  $T_c$  des Zy-  
linders, so tritt ebenfalls  
Abschaltung ein. Der  
Automat ist also in zwei Funktionen tätig: Kühl-  
wassermenge und Kühlwassertemperatur werden von  
ihm beaufsichtigt.

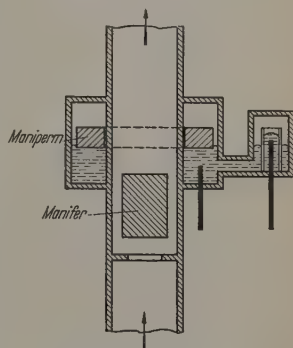


Abb. 5. Wasserschalter, z.B. für Diffusionspumpen

## 3. Gasregler für Destillationsapparate

Ähnlich der vorstehend beschriebenen Apparat  
kann der weichmagnetische Zylinder (feststehend) vom  
Dampf einer siedenden Flüssigkeit umspült werden.  
In der Nähe des  $T_c$  ändert sich die Rückwirkung auf  
den Permanentmagneten sehr stark. Der Permanent-  
magnet, etwa wieder auf Hg schwimmend, verändert  
mit dem Hg-Spiegel eine Durchlaßöffnung für das  
Heizgas.

Wird der weichmagnetische Zylinder nicht fest-  
stehend, sondern beweglich (als Strömungsmesser)  
angeordnet, so bewirkt er eine Regelung nach Dampf-



menge und Dampftemperatur. Durch Auswechseln des Zylinders läßt sich jede gewünschte Temperatur einstellen.

#### 4. Schalter für flüssige Luft

Der Wasserschalter bei Diffusionspumpen schützt die Hochvakuum-Apparatur vor Dampfeintritt bzw. die Pumpe selbst. Fehlt hingegen flüssige Luft in der Kühlfalle, so kann ebenfalls der Dampf des Pumpmittels in die Apparatur eintreten, ohne daß eine Gefährdung der Pumpe vorliegt. Das Ausbleiben der flüssigen Luft läßt sich nun ebenfalls mittels der Ferrite anzeigen. Zu diesem Zweck bringt man in bestimmter Höhe einen weichmagnetischen Körper mit entsprechend niedrigem  $T_c$  an. In der Falle selbst liegt ein permanenter Magnet. Der weichmagnetische Körper hängt an einem Kontakt, den er so lange geschlossen hält, als seine Temperatur unter  $T_c$  liegt. Beim Absinken des Kühlmittels eintretende Erwärmung löst den Kontakt. Zweckmäßig wird die Anordnung so abgestimmt, daß auch bei Neufüllung der Falle keine selbsttätige Wiedereinschaltung eintritt, sondern erst, wenn der Kontakt von Hand niedergedrückt wurde.

Eine selbsttätige Nachfüllung der Falle aus einem Vorratsgefäß kann ebenfalls durch geeignete Ferritanordnungen erreicht werden (Ferrit-Körper in verschiedenen Höhen der Falle).

Ein ganz besonderer Vorzug der vorstehend beschriebenen magnetischen Anordnungen ist, daß man mit ihnen — falls nicht Raumangel zu sehr kleinen Abmessungen zwingt — erhebliche mechanische Kräfte auslösen kann, die letzten Endes von dem Wärmehalt des Kühlmittels aufgebracht werden. Einfachheit und Betriebssicherheit der Anordnungen sind nicht zu übertreffen, da irgendwelche Fremdenergien nicht benötigt werden. Eine „Alterung“ des  $T_c$  wurde bisher nicht beobachtet (8monatiger Betrieb in einem Kraftfahrzeug).

Es ist aber zu beachten, daß die Ferrite als „schwarze Keramik“ eine der üblichen Keramik entsprechend schlechte Wärmeleitung haben, so daß die mit ihrer Hilfe bewirkten Regelvorgänge mit einer entsprechenden Verzögerung ablaufen. Konstruktive Maßnahmen (Unterteilung) können hier einen gewissen Ausgleich schaffen.

Schließlich sei noch erwähnt, daß die beschriebenen Anordnungen nicht nur über die magnetische Zugkraft zur Wirkung kommen müssen. Wird der weichmagnetische Ferritkörper mit einer Wicklung versehen, so läßt sich gleichzeitig noch die *Induktivitätsänderung* in der Nähe des  $T_c$  für Steuer- und Regelzwecke heranziehen.

#### 5. „Pyrometer“

Außer für die vorstehend genannten Regelzwecke können weichmagnetische Materialien mit niedrigem  $T_c$  auch zur Strahlungsmessung verwendet werden. Abb. 6 zeigt ein Schema. Statt des üblichen Thermoelementes oder Bolometers bzw. Glühfadens wird ein Ferrit-Dünnschliff angestrahlt. Dieses Ferritplättchen hängt an einem Quarzfaden in einem luftleeren Gefäß. Ein außen befindlicher Magnet lenkt das Plättchen aus seiner Ruhelage ab.

Erwärmt sich das Plättchen durch die auffallende Strahlung über den Curie-Punkt, so fällt es in seine Ruhelage zurück. Außer von magnetischen Distanzen hängt die Empfindlichkeit von der Umgebungstemperatur des Gefäßes ab. Um größere Strahlungsleistungen messen zu können, wird der Lichteintritt mit einem Graukeil abgedeckt. Die Anordnung gleicht also dem üblichen Pyrometer bei größerer Einfachheit. Die Temperatur wird abgelesen beim Zurückfallen des Plättchens in seine Ruhelage bei einer bestimmten, zu einhender Stellung des Graukeils.

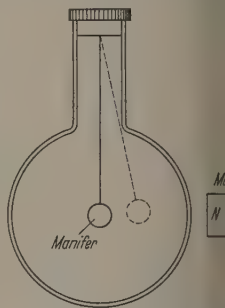


Abb. 6. „Pyrometer“. Die Strahlung fällt bei Überschreitung des Curie-Punktes die Ruhelage (ausgezogen) zurück. Geeignet auch für lichtelektrische Messung.

Untersuchungen mit einer derartigen Anordnung zeigten allerdings, daß die Ferritplättchen aus ihrer Ruhelage „zirken“ mit etwas verschiedenem  $T_c$  zusammenhängen. Dies äußert sich in einer ruckweisen Bewegung in der Nähe des  $T_c$ . Durch Auswahl einzelner „Zirkel“ läßt sich dies vermeiden.

#### Zusammenfassung

Weichmagnetische Ferrite erlauben von der Festlegung her die Festlegung des Curie-Punktes in einem sehr großen Temperaturintervall. Die verhältnismäßig steile Änderung der Permeabilität in der Nähe des Curie-Punktes läßt sich zu verschiedenen Steuer- und Regelzwecken ausnutzen, von denen einige Beispiele gegeben werden.

**Literatur:** [1] Vogt, E.: Physikalische Eigenschaften der Metalle. Leipzig: Geest & Portig K.-G. 1958. — [2] Nting, F.: Temperatur-Messung. Leipzig: Johann Ambrosius Barth 1951.

Prof. Dr. HARALD STRAUß  
Vorderindelang/Allgäu

## Maßänderungen als Nachwirkung der Kaltbearbeitung

Von KARL WAGNER

Mit 10 Textabbildungen

(Eingegangen am 12. März 1959)

### I. Einleitung

Es ist schon lange bekannt, daß Metalle im Anschluß an Kaltbearbeitung eine Nachwirkung aufweisen, die darin besteht, daß nach dem Entlasten

eine allmähliche Längenänderung in Richtung der ursprünglichen Maße auftritt [1]. Überhaupt erleidet das Material eine plastische Verformung in der einen Richtung, während in der entgegengesetzten Richtung eine anschließende Verformung in entgegengesetzter Richtung auftritt.

Dies äußert sich außer durch die in der vor-  
genannten Arbeit untersuchten spontanen Maßänder-  
ungen auch durch den Bauschinger-Effekt [2], eine  
scheinbare Verringerung des Elastizitätsmoduls [3]  
nach Erhöhung der Inneren Reibung [4].

Die bisherigen Veröffentlichungen über die Längen-  
änderung nach plastischer Verformung beschränken  
sich auf den Hinweis, daß dieser Effekt vorhanden sei.  
Messungen der Spannungs- oder Zeitabhängigkeit  
sind nicht vor. Da diese Literaturstellen alle aus der  
Zeit vor 1939 stammen, bringen sie auch keine Dis-  
kussion auf der Basis der inzwischen ausgebauten  
wohl fundierten Versetzungstheorie. Dies er-  
möglicht aber nach den Meßergebnissen der vorliegen-  
den Arbeit nötig.

## II. Meßmethode

Da die Größenordnung dieser Längenänderungen  
die Empfindlichkeit der handelsüblichen Längen-

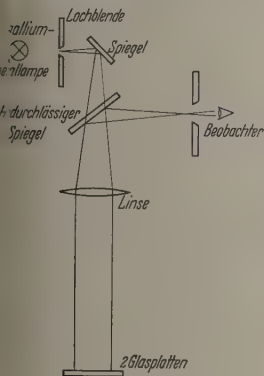


Abb. 1. Interferometer

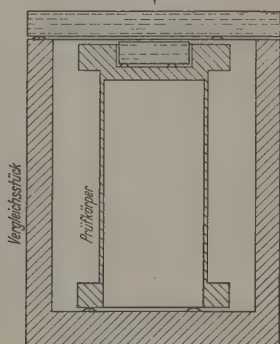


Abb. 2. Form der Prüfkörper

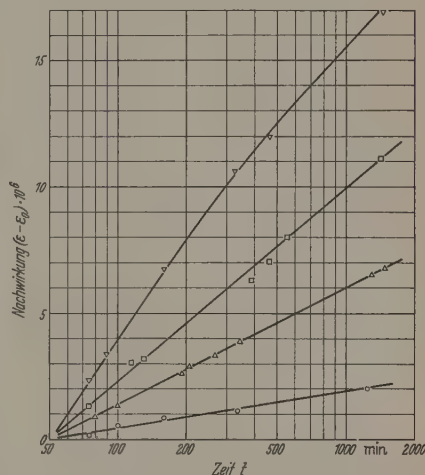


Abb. 3. Verlauf der Nachwirkung mit dem Logarithmus der Zeit

meßgeräte wie z.B. Meßbühnen ( $10^{-4}$  cm), induktive  
oder pneumatische Geber ( $10^{-5}$  cm) gerade nur heran-  
reicht, wurde eine Apparatur nach dem Prinzip des  
Licht-Interferometers aufgebaut (Abb. 1).

Die Verschiebung von Interferenzstreifen gleicher  
Ordnung gibt ein sehr genaues Maß für die auftretenden  
Längenänderungen. Man kann dabei noch gut Ver-  
änderungen der Streifen um  $\frac{1}{25}$  ihres gegenseitigen  
Abstandes erkennen und abschätzen, was einer Emp-  
findlichkeit von rund  $10^{-6}$  cm entspricht.

Zur Erzeugung des monochromatischen Lichtes  
dient sich die Thalliumspektrallampe, da deren einzige  
intensivste Linie im Sichtbaren so gut monochro-  
matisch ist, daß man damit noch Interferenzen mit  
Spalten von mehreren Zentimetern erzeugen kann.  
Der Luftspalt wurde von zwei optisch ebenen Glas-  
platten gebildet, von denen eine feststand, während die  
andere auf drei Punkten auf dem jeweiligen Prüfling  
lag und dessen Bewegung mitmachte.

Durch die Differenzmessung nach Abb. 2 [5] sind  
keine Anforderungen an die Temperaturkonstanz im  
Vergleich zur Empfindlichkeit des Verfahrens gering.  
Der Längenunterschied zwischen dem Prüfkörper  
(Kupfer) und der Unterstützung für die Bezugsplatte  
wurde durch Verwendung eines Materials mit etwas  
geringer Wärmedehnung (Stahl) hierfür ausgeglichen.  
Der Versuch war nur eine Temperaturkonstanz von besser

als  $0,5^\circ\text{C}$  erforderlich. Der dafür gebaute Thermostat  
erreichte eine Konstanz von  $0,1^\circ\text{C}$ .

Damit überhaupt Interferenzstreifen zu sehen  
waren, mußten die Prüfkörper erst einmal justiert  
werden. Dazu waren zwei der drei balligen Auflager  
für die Prüfkörper in der Höhe in einem Bereich von  
 $2 \cdot 10^{-3}$  cm mit einer Empfindlichkeit von etwa  
 $10^{-5}$  cm verstellbar. Zu diesem Zweck wurde die  
Längsbewegung einer Feingewindeschraube mit einer  
Hebelunterstützung auf die Unterstützungspunkte der  
Proben übertragen.

Aus Abb. 2 ist die Form dieser Proben ersichtlich.  
Zur Verformung wurden sie in einer an den Wülsten  
an beiden Enden angreifenden Einspannvorrichtung  
auf einer Zerreißmaschine gedehnt. Die Belastung

konnte unmittelbar an der Maschine abgelesen werden,  
während die Verformung aus der Probenlänge vor und  
nach den Versuchen ermittelt wurde.

Nach Einbringen der gedehnten Prüfkörper in die  
Meßstellung verging fast eine Stunde, bis völliges  
Temperaturgleichgewicht erreicht war. Daher be-  
ginnen die Meßwerte erst bei  $t = 50$  min.

Die Versuche wurden an stranggepreßtem Elek-  
trolytkupfer, teilweise mit Zusätzen von 0,1 bis 10%  
Zinn, Magnesium oder Zink, durchgeführt.

## III. Ergebnisse

Da aus der Wanderungsrichtung der Interferenz-  
streifen noch nicht auf das Vorzeichen der Längen-  
änderung geschlossen werden kann, wurde dieses an  
einigen Prüfkörpern jeweils am Ende der Messungen  
durch Vergleich mit der Reaktion bei elektrischer Er-  
wärmung ermittelt: es handelte sich stets um eine  
Verkürzung.

Trägt man diese Verkürzung  $\varepsilon - \varepsilon_0$  (also bezogen  
auf den Wert  $\varepsilon_0$  zur Zeit  $t_0$ , dem Beginn der Messung)  
über dem Logarithmus der Zeit auf, so erhält man  
gerade Linien (Abb. 3), d.h. die Zeitabhängigkeit ist  
logarithmisch. Der Proportionalitätsfaktor  $a$  in der  
Beziehung  $\varepsilon - \varepsilon_0 = a \cdot \log t/t_0$  sei im folgenden der An-  
schaulichkeit halber als „Geschwindigkeit der Nach-  
wirkung“ bezeichnet. Die Proben wurden vor jeder



Messung 30 min mindestens bei 150° C in Stickstoffatmosphäre getempert, um den Einfluß der vorangegangenen spanabhebenden Bearbeitung auszugleichen.

Bei Meßtemperaturen ab 30° C und für große Nachwirkungsgeschwindigkeiten ( $a \approx 10^{-5}$ ) sind die

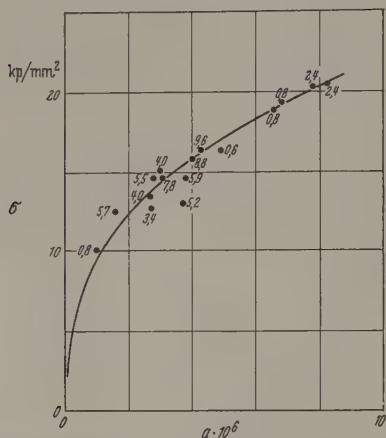


Abb. 4. Unabhängigkeit der Nachwirkungsgeschwindigkeit  $a$  von der Verformung. Die Zahlen bedeuten die zugehörigen Verformungen in Prozenten

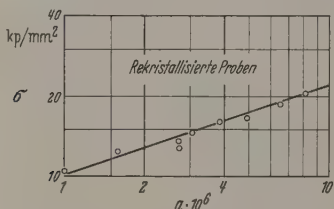


Abb. 5.  $\sigma^2$ -Abhängigkeit der Nachwirkungsgeschwindigkeit  $a$  von der Spannung  $\sigma$  der vorangegangenen Verformung

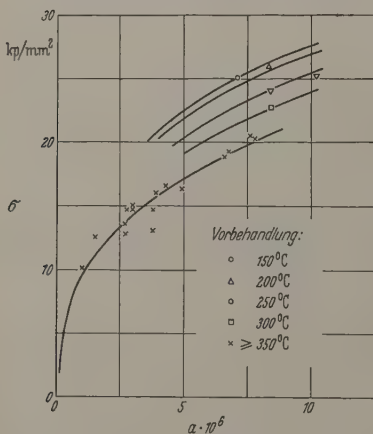


Abb. 6. Einfluß der Temperatur der Vorbehandlung

Kurven in logarithmischer Darstellung gekrümmt. Die Nachwirkung geht langsamer als mit dem Logarithmus der Zeit vor sich. Eine Wiedergabe dieser Kurvenform durch eine Funktion der Form  $\varepsilon = \varepsilon_{\infty} (1 - e^{-t/\tau})$  ist nicht möglich.

Zwischen den Werten des Proportionalitätsfaktors  $a$  und der jeweiligen Verformung, die die Nachwirkung verursachte, besteht kein Zusammenhang. So erreichen Proben aus reinem Elektrolytkupfer oder mit bis zu

10% Zn selbst bei Verformungen von fast 100% weitem nicht die Nachwirkungsgeschwindigkeit, man bei 3% Zinngehalt bereits mit 1% Verformung erhält.

Dagegen zeigt sich: alle Werte der Nachwirkungsgeschwindigkeit  $a$  für gleiche vorherige Wärmebehandlung liegen auf einer gemeinsamen Kurve, wenn sie über der Spannung aufträgt, mit der die Probe gedehnt wurden, d.h. über der Spannung, mit der maximal belastet waren. Dadurch können Proben mit ganz verschiedenem Verformungsgrad, je nach ihrer Zusammensetzung, die gleiche Nachwirkungsgeschwindigkeit aufweisen (s. Abb. 4).

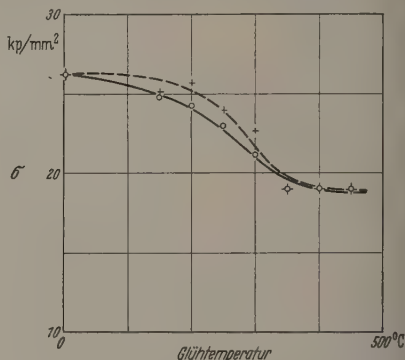


Abb. 7. Abnahme der nötigen Spannung für 0,8% Dehnung (+) und (O) mit zunehmender Glühtemperatur  
 $a = 6,8 \cdot 10^{-6}$

Je größer die angelegte Spannung ist, desto größer wird auch der Faktor  $a$ . Beim Auftragen auf Popapier ergibt sich eine Gerade, deren Neigung die Funktion

$$a = c \cdot \sigma^3$$

entspricht (Abb. 5). Der Proportionalitätsfaktor nimmt mit der Temperatur der Vorbehandlung ab, d.h. zur Erreichung der gleichen Nachwirkung ist zunehmender Glühtemperatur eine geringere Spannung erforderlich (Abb. 6). Diese Verminderung der erforderlichen Spannung ist offenbar dieselbe wie die Verminderung der Streckgrenze durch die gleiche Wärmebehandlung (Abb. 7).

Bezüglich der Temperaturabhängigkeit der Nachwirkung wurde festgestellt: Bereits die geringe Erhöhung der Meßtemperatur von der Zimmertemperatur (23° C) auf 40 bis 60° C verändert das Bild so wesentlich, daß bei einer Meßtemperatur von 60° C die Nachwirkung nach 2 Std beendet ist, während bei 23° C die Nachwirkung in einem Fall auf 5 Tage ausgedehnt wurde, ohne daß eine Abweichung vom logarithmischen Gesetz festgestellt werden konnte. Eine Nachwirkungskurve, die bei 20° C noch genau logarithmisch verläuft, ist bei 30° C Meßtemperatur schon schwach gekrümmt (Abb. 8), bei 40° C ist die Krümmung bereits erheblich, während bei 60° C kaum mehr eine Linearänderung festgestellt werden kann.

Die vorkommenden Korngrößen bewegten sich zwischen 0,03 und 0,06 mm; ein Einfluß der Korngröße auf die beobachteten Effekte konnte nicht festgestellt werden.

Besonders auffallend ist, daß Ausscheidungen die Nachwirkung offenbar völlig verhindern oder zumindest auf eine hier nicht mehr nachweisbare Geschwindigkeit reduzieren.

gkeit reduzieren. Bereits bei der nebenbei anfallenden Ermüdung der Spannungs-Dehnungs-Kurven zeigt sich an den Proben, die Magnesium enthalten, eine Abweichung insofern, als z. B. die Legierung mit 3% Magnesium stärker gehärtet ist, als es der Abweichung der Gitterparameters von dem des Kupfers entsprechen würde (Magnesium liegt diesbezüglich zwischen Zink und Zinn). Aus Abb. 9 ist zu entnehmen, daß die Spannung, die 3% Verformung bewirkt, bei Magnesiumgehalt sogar höher ist, als bei der entsprechenden Zinnlegierung. Dies kommt offenbar daher, daß bei Zimmertemperatur unlösliche Magnesiumausgefällungen Schlifren hervorruft, Ausscheidungen mit einem maximalen Durchmesser von  $3\ \mu$  entstehen, die übrigens nicht etwa an den Korngrenzen sondern statistisch im Raum verteilt liegen.

#### IV. Diskussion

Die herkömmliche Erklärung des Bauschinger-Effektes beruht auf der Tatsache, daß infolge der von Korn zu Korn etwas variierenden Verformung beim Belasten innere Spannungen entstehen, durch die die leicht verformbaren Körner entgegen der ursprünglichen Richtung belastet werden. Da diese Spannungen eine unmittelbare Folge der Verformung sind, hängt ihre Größe auch im wesentlichen von der Verformung ab. Weil aber nach den oben mitgeteilten Meßergebnissen die Nachwirkungsgeschwindigkeit nicht von der Verformung sondern nur von der aufgewendeten Spannung abhängt, kann das beobachtete Verhalten nicht durch diese Inhomogenität der Verformung gedeutet werden.

Daher wird eine Erklärung auf der Basis der Verfestigungstheorie vorgeschlagen. Gemäß dieser Theorie entsteht die Verformung dadurch, daß an geeigneten Stellen zahlreiche „Versetzungen“ gebildet werden, die unter dem Einfluß der äußeren Spannung im Kristall in bestimmten Gleitebenen durchwandern, die jeweils vordersten Versetzungen an irgendwelchen Hindernissen aufgehalten werden.

Wenn die Verformung beendet ist, die äußere Spannung aber noch anliegt, so kann dieser hauptsächlich durch folgende innere Spannungen das Gleichgewicht gehalten werden:

1. Abstoßung  $\sigma_V$  der anderen Versetzungen auf derselben Gleitebene,
  2. Behinderung  $\sigma_S$  durch Versetzungen in Gleitebenen, die die eigene Gleitebene schneiden oder dazu parallel liegen,
  3. Behinderung  $\sigma_F$  durch Fremdatome mit abweichendem Gitterparameter.
- Da nach dem Entlasten nur ein geringer Bruchteil der plastischen Verformung wieder zurückgeht, bleibt die Spannung  $\sigma_V$  zum größten Teil als innere Spannung der Probe zurück. Wenn überdies noch eine thermische Aktivierung stattfinden kann, ist daher das Vorhandensein einer Nachwirkung mit dem richtigen Zeichen, nämlich entgegen der ursprünglichen Verformung, zu erwarten.

Für das Kriechen wurde wiederholt eine logarithmische Abhängigkeit von der Zeit abgeleitet [7], die diese Abhängigkeit kommt dadurch zustande, daß man eine große Anzahl von aktivierbaren Elementarprozessen mit einem Spektrum von Aktivierungsenergien annimmt. Als Elementarprozeß ver-

mutet man das gegenseitige Durchdringen zweier Versetzungen in verschiedenen, sich schneidenden Gleitebenen. Die dafür nötige Aktivierungsenergie hat an sich einen bestimmten konstanten Wert. Sie wird jedoch durch eine mitwirkende Spannung erniedrigt. Durch Unregelmäßigkeiten im Aufbau des Kristalls und verschiedene räumliche Orientierung der Gleitebenen ergeben sich unterschiedliche innere Spannungen und damit die erwähnte Verteilung der Aktivie-

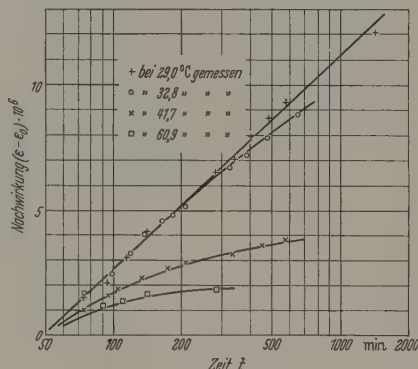


Abb. 8. Einfluß der Meßtemperatur

rungsenergien. Ferner bewirkt diese Spannungsabhängigkeit der Aktivierungsenergie eine Gesamtverschiebung der ganzen Verteilungsfunktion  $n(U)$  längs der  $U$ -Achse, wenn die äußere Spannung oder die durchschnittliche innere Spannung verändert wird (vgl. Abb. 10).

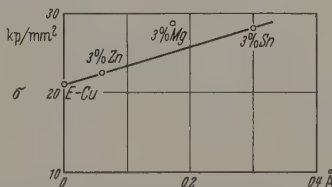


Abb. 9. Spannung, die zur Dehnung um 3% nötig war, in Abhängigkeit von der Veränderung der Gitterkonstante durch den Fremdatomzusatz

Für den Proportionalitätsfaktor  $a$  des Logarithmus liefert die Theorie:

$$a \sim n \cdot v$$

$n$  ist der Wert der Verteilungsfunktion der Aktivierungsenergie für die wirksamen Elementarschritte. Dieser Wert wird im Bereich der während der Versuchsdauer eine Rolle spielenden Aktivierungsenergien (bis  $2 kT$ ) als konstant angenommen.  $v$  ist der Beitrag eines Aktivierungsvorganges zur Gesamtverformung.

Eine Übertragung dieser Ableitung für das Kriechen auf die von uns untersuchte Nachwirkung setzt voraus, daß die treibende Spannung auch hier während des Versuchs konstant ist. Dies kann für nicht zu große Nachwirkungsgeschwindigkeiten angenommen werden, da die Verformung, durch die die innere Spannung  $\sigma_V$  aufgebaut wurde, einige  $10^{-2}$  beträgt, während die Nachwirkung über die Versuchsdauer in den meisten Fällen nur etwas über  $10^{-6}$  ausmacht. Dagegen könnte die Verlangsamung der Nachwirkung bei großen Nachwirkungsgeschwindigkeiten (vgl. Abb. 3)



gegenüber dem logarithmischen Verlauf mit der Zeit auf den damit verbundenen Spannungsabbau zurückzuführen sein.

Betrachten wir nun eine Probe aus reinem Kupfer und eine zweite Probe, in die Fremdatome eingebaut sind. Beide sollen um den selben Betrag gedehnt werden. Wenn die Fremdatome, wie üblicherweise angenommen wird [11], auf jede Versetzung wie eine zusätzlich zu überwindende Gegenspannung  $\sigma_F$  wirken, so muß an der verunreinigten Probe die angewandte äußere Spannung um den  $\sigma_F$  äquivalenten Betrag größer sein, um die Versetzungen um den selben Betrag zu verschieben, wie in der anderen Probe. Man erhält damit unter der Annahme gleicher Versetzungsanordnung in beiden Proben gleiche Werte für die rücktreibende Spannung  $\sigma_V$ . Da aber die hemmende Spannung  $\sigma_F$  auch beim Zurückwandern der Versetzungen

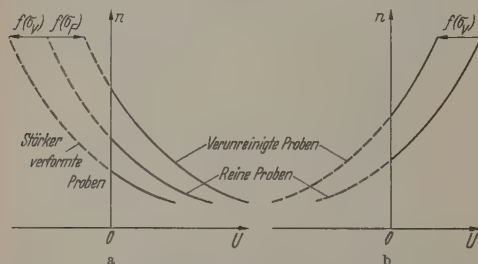


Abb. 10a u. b. Verschiebung der Verteilungsfunktion der Aktivierungsenergien durch mitwirkende Spannungen. a) unter Mitwirkung von  $\sigma_F$ , b) ohne Mitwirkung von  $\sigma_F$

überwunden werden muß, so steht an allen Versetzungen in der verunreinigten Probe nur eine um  $\sigma_F$  kleinere Spannung zur Auslösung der Nachwirkung zur Verfügung. Die Aktivierungsenergie ist also für die Versetzungen in der verunreinigten Probe größer. Dies entspricht nach dem oben Gesagten einer Verschiebung der Verteilungsfunktion gemäß Abb. 10a um einen der Spannung  $\sigma_F$  entsprechenden Betrag nach rechts. Nur wenn  $n$  mit zunehmendem  $U$  abnimmt, ergäbe diese Verschiebung für ein bestimmtes  $U$  einen größeren Wert von  $n$  und damit auch eine größere Nachwirkungsgeschwindigkeit, da bei gleicher Verformung in den beiden Proben  $v$  ungefähr gleich anzunehmen ist.

Erhöht man andererseits an ein und derselben Probe die Verformung, so wächst damit  $\sigma_V$  [11]. Dies entspricht einer Verschiebung der Verteilung  $n(U)$  in Abb. 10a nach links, wodurch für eine bestimmte Aktivierungsenergie  $U$  die Zahl der aktivierbaren Stellen  $n$  und damit die Nachwirkungsgeschwindigkeit im Widerspruch zu den Meßergebnissen verringert würde, wenn nicht das Produkt aus der Gesamtzahl  $N$  der aktivierbaren Versetzungsstücke und dem Beitrag  $v$  einer Aktivierung mit zunehmender Verformung so stark zunimmt, daß die Verschiebung der Aktivierungsenergien nach links überkompensiert wird. Um die  $\sigma^3$ -Abhängigkeit damit zu erklären, müßte  $N \cdot v$  also stärker als mit der dritten Potenz der Verformungsspannung zunehmen. Eine so starke Spannungsabhängigkeit von  $N \cdot v$  ist aber unwahrscheinlich. Vielmehr sollte, wie aus Messungen des Bauschinger-Effektes gefolgert wurde [12], diese Größe bei zunehmender Verformung in erster Näherung konstant bleiben.

Mit  $N \cdot v = \text{const}$  und den folgenden Annahmen würde sich die entscheidende Bedeutung der Spannung für die Nachwirkung zwangsläufig ergeben: Verfestigung durch Fremdatome spielt bei den liegenden Versuchen für die Bewegung von Versetzungen keine Rolle, sie ist nur für deren Bildung gebend. Da im obengenannten Beispiel die fremdatomhaltige Probe für gleiche Verformung mit einer höheren Spannung belastet werden mußte, muß das Wegfallen von  $\sigma_F$  für die einmal gebildeten Versetzungen  $\sigma_V$  in dieser größer als in der reinen Probe sein. Das ergibt eine Zunahme der Aktivierungseener der fremdatomhaltigen Probe und eine Verschiebung der Verteilungsfunktion nach links gegenüber der reinen Probe. Um die gemessene Zunahme der Nachwirkungsgeschwindigkeit zu erhalten, muß man annehmen, daß  $n$  mit  $U$  gemäß Abb. 10b zunimmt. mit den obigen Annahmen  $\sigma_V$  nur mehr eine Funktion der vorher aufgewendeten äußeren Spannung ergibt sich in Übereinstimmung mit den Meßergebnissen auch bei Erhöhung der Spannung und damit Verformung an ein und derselben Probe eine schnelle Nachwirkung.

Die Verhinderung der Nachwirkung durch in Körnern verteilte Ausscheidungen unlöslicher Fremdatome kann als Berechtigung der Anwendung der Versetzungstheorie gewertet werden, denn es ist bekannt, daß eine Überschreitung von Ausscheidungen durch Versetzungen mittels thermischer Aktivierung so gut wie nicht möglich ist, da die nötige Spannung längs eines sehr großen Weges, des Durchmessers der Ausscheidungen, aufzubringen wäre [11].

### Zusammenfassung

Mit einer Interferometeranordnung wurden Probekörpern aus Kupfer, teilweise mit verschiedenen Legierungszusätzen, die Maßänderungen untersucht, die im Anschluß an plastische Dehnung auftraten.

Die Nachwirkung verläuft bei Zimmertemperatur logarithmisch mit der Zeit. Der Proportionalitätsfaktor des Logarithmus hängt nicht vom Grad der Verformung selbst und von gelösten Fremdatomen ab sondern nur von der Endspannung, mit der vorangegangene Verformung ausgeführt wurde. Nimmt mit der dritten Potenz dieser Spannung Ungelöst in den Körnern ausgeschiedene Fremdatome verhindern die Nachwirkung.

Herrn Professor Dr. MAIER-LEIBNITZ und Herrn Professor Dr. RIEHL möchte ich für ihre wertvolle Unterstützung bei dieser Arbeit danken.

**Literatur:** [1] MUIR, A.: Phil. Trans. Roy. Soc. London **193**, 1 (1900). — [2] ZSCHOKKE, H.: Brown Boveri Rev. **25** (1938). — [3] WOLLEY, R.: Phil. Mag. **44**, 597 (1953). — [4] KÖSTER, W., u. K. ROSENTHAL: Z. Metallkde. **30**, 1 (1938). — [5] COOK, M.: Inst. Met. **83**, 41 (1954). — [6] NOWICKI, J.: Progr. Mat. Phys. **4**, 1 (1953). — [7] NIX, MACNAIR: Sci. Instrum. **12**, 66 (1941). — [8] KÜHLMANN, D., G. M. u. J. RAFFELSIEPER: Z. Metallkde. **40**, 241 (1949). — [9] M. N., u. F. NABARRO: Report on Strength of Solids, London: Phys. Soc. 1948. — [10] SEEGER, A.: Naturf. **9a**, 758 (1954). — [11] HEYN, E.: Metall u. Erz **15**, 411 (1954). — [12] MASING, G.: Wiss. Veröff. Siemens-Werk **4**, 244 (1952). — [13] COTTELL, A.: Dislocations and Plastic Flow in Crystals, Oxford: Clarendon Press 1956. — [14] BUCKLEY, S. K. u. K. ENTWISTLE: Acta Metallurg. **4**, 352 (1956).

Dr. KARL WAGNER,  
Labor für Technische Physik der T.H. München

## Elastische Eigenschaften von Kunstgraphit

Von RICHARD ARNOLD

Mit 6 Textabbildungen

(Eingegangen am 8. März 1959)

### Einleitung

Untersuchungen der mechanischen Eigenschaften von Kunstgraphit stellen insofern eine Besonderheit dar, als man es hier mit einem Werkstoff zu tun hat, der sich weitgehend rein elastisch verformt, während der plastische Anteil nur eine untergeordnete Rolle spielt. So schreibt z.B. MANTELL [1], daß Kohle bis zum Bruch rein elastisch verformbar sei und streng dem Hookeschen Gesetz folge. Im folgenden soll über Untersuchungen berichtet werden, die den Zweck hatten, die plastische Dehnung und den Elastizitätsmodul zu messen und den Einfluß der verschiedenen Meßverfahren zu zeigen.

### A. Plastische Dehnung

Besonders interessant ist die Frage, ob Kunstgraphit eine plastische Dehnung hat und, wenn ja, wie groß sie ist. Hierüber liegen Untersuchungen von ARRAGON und BERTHIER [2] vor, die sich mit dieser Frage sehr eingehend beschäftigt haben. Zunächst wird hier zu dem Meßverfahren einige Bemerkungen gemacht.

ARRAGON und BERTHIER prüften die elastische Verformung, indem sie die Probe zwischen zwei ebenen Stempeln auf Druck beanspruchten und mit einer empfindlichen Meßeinrichtung die Abstandsänderung der Stempel beobachteten; mit anderen Worten, sie bestimmten die Maßänderung zwischen den Belastungsebenen. Gegen dieses Verfahren müssen gewisse Bedenken geltend gemacht werden, denn bei Kunstgraphit hat man es bekanntlich mit einem Material zu tun, das wie ein keramischer Werkstoff sehr spröde ist. Bei Beginn des Belastungsversuches wird, wenn man an die Vorstellung des ideal starren Körpers denkt, die Last nur von drei Punkten des Prüflings aufgenommen. Ist nun die Querschnittsfläche an diesen Punkten gegenüber der auftretenden Belastung gering, so wird hier das Gefüge zerstört. Eine ähnliche Erscheinung beobachtet man z.B. bei der Durchführung von Kugeldruckversuchen zur Härteprüfung. Dieser Prozeß schreitet so lange fort, bis sich der aufgewendeten Belastung entsprechende verformende Fläche ausgebildet hat. Makroskopisch sieht sich der Abbau der Oberfläche durch eine irreversible Abstandsänderung der Endflächen des Probestempels bemerkbar, wodurch eine zu große plastische Verformung des Prüflings vorgetäuscht wird. Unterstützt wird diese Deutung durch die beobachtete Stufenanordnung der bleibenden Kompression der Probestkörper. ARRAGON und BERTHIER berichten nämlich von einer Verformung in der Größenordnung 1% bei einer Belastung von etwa  $100 \text{ Kp cm}^{-2}$ . Es ist unwahrscheinlich, daß bleibende Dehnungen in dieser Größe bisher (s. [1]) nicht beobachtet worden seien. Um hier zu einer Klärung zu kommen, haben wir einige orientierende Messungen vorgenommen. An

und für sich wäre als Meßinstrument ein Martensscher Spiegelapparat auf den ersten Blick sehr geeignet; hierbei besteht jedoch die Gefahr, daß sich die drehende Schneide (der Drehpunkt liegt in der Berührungsstelle Prüfling—Schneide) in das Kohlematerial einarbeitet und eine Verfälschung des Meßergebnisses eintritt. Eine zweite Möglichkeit wäre die Anwendung von Dehnungsmeßstreifen.

Weiter unten ist beschrieben, daß die bei der Bestimmung des Elastizitätsmoduls in unseren Untersuchungen verwendeten Dehnungsmeßstreifen eine bedeutende Nachwirkung bei den ersten Belastungen zeigten. Wir überzeugten uns hiervon, indem wir Stahlproben mit Dehnungsmeßstreifen versahen und bei diesen schon bei Belastungen bis zu  $1200 \text{ Kp cm}^{-2}$ , also im rein elastischen Bereich, erhebliche Nachwirkungen fanden. Bei wiederholten Belastungen nahm diese Hysteresse immer mehr ab und war schließlich nicht mehr meßbar, so daß also Dehnungsmeßstreifen zur Aufnahme der Neukurve nach unseren Erfahrungen nicht verwendbar sind.

Wir beschritten deshalb einen anderen Weg und brachten an den Zugstäben, die Köpfe hatten, um sie einwandfrei einspannen zu können, innerhalb der Meßlänge Halterungen an, deren Abstand gemessen wurde. Praktisch wurde dies in der Weise gelöst, daß die Halterungen an Verlängerungen aufgekittete Deckgläser trugen, in welche mit einem Diamanten eine Marke eingeritzt war. In Abb. 1 ist das Meßverfahren skizziert. Der Abstand zwischen den beiden Marken wurde mit einem Meßmikroskop gemessen, wobei das System so justiert wurde, daß beide Marken gleichzeitig im Gesichtsfeld des Meßmikroskopes scharf gesehen wurden, wodurch alle Ablesefehler, Parallaxe usw. vermieden werden konnten. Da die Objektgläser nicht in einer Ebene lagen, mußte mit einer großen Tiefenschärfe gearbeitet werden, was natürlich auf Kosten der Vergrößerung und Genauigkeit ging. Um aber mit Sicherheit keinem Meßfehler zum Opfer zu fallen, nahmen wir diese Einbuße an Genauigkeit in Kauf. Verfälschungen durch thermische Ausdehnung vermieden wir, indem wir immer 5 bis 6 Std mit dem Beginn der Messungen warteten, nachdem das System justiert war und die Beleuchtung während der

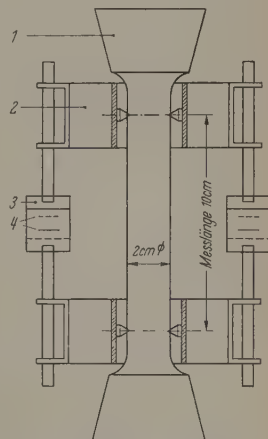


Abb. 1. Messung der bleibenden Verformung. 1 Probestab mit Einspannköpfen, 2 Halterung, 3 Deckgläser, 4 im Deckgläschen eingeritzte Meßmarke



Messung ganz kurzfristig einschalteten. Wie in der Skizze zu sehen, trug der Prüfstab, um Biegung zu erkennen, auf beiden Seiten die gleiche Einrichtung.

Die von uns beobachteten bleibenden Dehnungen lagen nun deutlich außerhalb der Meßunsicherheit und betrugen 0,02% bei einer Belastung von etwa  $100 \text{ Kp cm}^{-2}$ . Zwischen den einzelnen Werkstoffen konnten wir Unterschiede feststellen, die aber nicht einwandfrei gesichert sind, so daß sie hier nicht mitgeteilt werden sollen.

Zur Kontrolle führten wir Messungen der Gesamtlänge der Prüfstäbe mit einem Längenmeßgerät „Projektor“ von Leitz durch. Bei unseren Stäben konnten wir diese Kontrollbestimmung durchführen, da die Endflächen nicht belastet wurden, sondern die Kraft seitlich an den Köpfen mit Einspannbacken zugeführt wurde. Das oben erwähnte Meßgerät wird mit Endmaßen eingestellt und hat eine Teilung von 0,001 mm. Auch hier wurde sorgfältig auf die gute Temperierung von Prüfstäben und Endmaßen geachtet. Wir fanden im Durchschnitt eine Gesamtlängenänderung der Stäbe von 0,03%, bezogen auf die Länge des zylindrischen Teils der Stäbe von 12,0 cm; die Dehnung in den Köpfen wurde nicht berücksichtigt. Die Übereinstimmung ist befriedigend.

Um einen Überblick über die Verformung der Meßflächen zu bekommen, haben wir den Abstand der fest am Probestab liegenden Einspannbacken mit einer Meßuhr ermittelt. Hierfür fanden wir Dehnungen, die 3- bis 5mal so groß waren, wie die oben mitgeteilten. Diese Messungen sind relativ grob, sie zeigen immerhin, daß man wesentlich höhere Dehnungswerte bekommt, wenn man sich auf die Abstandsänderungen der Belastungsflächen stützt.

Zusammenfassend ist also zur plastischen Dehnung von polykristallinem Graphit zu sagen, daß sie nach unseren Messungen vorhanden ist, aber von wesentlich geringerer Größenanordnung als von ARRAGON und BERTHIER festgestellt wurde.

## B. Bestimmung des Elastizitätsmoduls mit Dehnungsmeßstreifen

Wie oben beschrieben, eignen sich Dehnungsmeßstreifen nach unseren Erfahrungen nicht zur Messung der elastischen Hysterese, da sie selbst Nachwirkungen zeigen. Nach mehrmaliger Belastung kann man diesen unangenehmen Effekt ohne weiteres ausschalten und hat dann in dem Dehnungsmeßstreifen ein sehr empfindliches und bequemes Hilfsmittel zur Aufnahme von Spannungs-Dehnungs-Kurven. Zur Belastung verwendeten wir eine hydraulische Universal-Prüfmaschine von ZWICK mit einem Meßbereich von 500 Kp. Das Pendelmanometer war vor Beginn der Versuche mit einem geeichten Kraftmeßbügel überprüft worden. Die Probestäbe hatten einen rechteckigen Querschnitt von  $1 \times 2 \text{ cm}^2$  bei einer Meßlänge von 10 cm. Um die Stäbe gut belasten zu können, hatten sie Köpfe in ähnlicher Ausführung wie in DIN 50125, Ausführung E. Die Dehnungsmeßstreifen mit einer Meßfläche von  $0,8 \times 0,3 \text{ cm}^2$  besaßen einen Widerstand von  $300 \Omega$  (Philips PR. 9213). Sie wurden auf die Probe in dem üblichen Verfahren aufgeklebt, gegen Feuchtigkeit mit Wachs abgedeckt und ihre Zuleitungsdrähte verlötet. Jeder Stab trug an den gegen-

überliegenden Seiten je einen Dehnungsmeßstreifen, die in Reihe geschaltet waren, wodurch sich Biegungeinflüsse von selbst ausglich. Zur Temperaturkompensation wurden in die Wheatstonesche Brücke als Vergleichswiderstand zwei Dehnungsmeßstreifen, die auf einem gleichartigen Prüfstab geklebt waren, und der sich in unmittelbarer Nähe der belasteten Probe befand, geschaltet. Die Widerstandsänderung wurde in einer Brücke mit einem Spiegelgalvanometer, die von Hand abgelesen wurde, gemittelt. Die Schaltung ist in Abb. 2 dargestellt.

Da die Biegung wegen der genau gegenüberliegenden Dehnungsmeßstreifen keine Widerstandsänderung hervorruft, konnten diese relativ schlanken Probestäbe auch für Druckversuche benutzt werden. Wegen eines möglichen Knickmomentes belasteten wir die Stäbe allerdings nicht so hoch wie beim Zugversuch. Die Spannungs-Dehnungs-Kurven nahmen wir punktweise auf, und zwar steigerten wir die Belastung jeweils um 10 Kp, was einer Spannungsänderung von  $5 \text{ Kp cm}^{-2}$ , bezogen auf den Probenquerschnitt zu Beginn des Versuches, entspricht. Zwischen 0 und  $25 \text{ Kp cm}^{-2}$  wurden keine Messungen durchgeführt, da in diesem Belastungsbereich die Kraftanzeige nicht einwandfrei war. Die Aufnahme der Spannungs-Dehnungs-Kurve geschah in der Weise, daß zunächst bei der Belastung durch Abgleich der Brücke der Nullwiderstand ermittelt wurde. Beginnend bei einer Spannung von  $25 \text{ Kp cm}^{-2}$  wurde dieselbe schrittweise um  $5 \text{ Kp cm}^{-2}$  bis zur Maximalbelastung erhöht und in jedem Meßpunkt die Brücke abgelesen. Anschließend wurde die Kurve in Richtung abnehmender Spannung bis  $\sigma = 0$  durchgeführt. Falls sich bei der Wiederholungsmessung der Nullpunkt geringfügig verschoben hatte, wurde der Meßreihe an den beim ersten Versuch ermittelten Wert angeschlossen. Die beigefügten Kurven sind unter Umständen so parallel verschoben worden, wie sich die Nullpunkte decken. Falls eine elastische Nachwirkung vorhanden ist, wird diese nicht von der Nullmessung berührt, denn in einem solchen Falle wären Unterschiede zwischen der aufsteigenden und fallenden Kurve bemerkbar. Die Kompressionsversuche wurden nach Abschluß der Dehnungsmessungen an denselben Stäben vorgenommen.

In Abb. 3 sind derartige Kurven mitgeteilt, Kurve A bezieht sich auf eine nicht elektrographitierte „Harte“ Kohlesorte, Kurve B um eine elektrographitierte „Harte“ Kohlesorte.

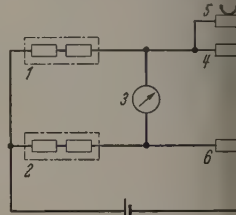


Abb. 2. Meßanordnung mit Dehnungsmeßstreifen. 1 Zwei Dehnungsmeßstreifen auf den gegenüberliegenden Seiten der Probe in Reihe geschaltet, 2 Zwei Dehnungsmeßstreifen zur Temperaturkompensation, 3 Spiegelgalvanometer, 4 Festwiderstand 5 Dekadenwiderstand mit fünf Dekaden, 6 Festwiderstand 50

Tabelle 1

Material	Elastizitätsmodul $E$ [Kp cm <sup>-2</sup> ]	Elastizitätsmodul in Querrichtung $E_Q$ [Kp cm <sup>-2</sup> ]	Querschnitt $m$	Poisson'scher Quotient $\nu$
„Harte“ Kohle	113000	510000	4,5	0,2
Elektrographit I	63000	—	—	—
Elektrographit II	58000	270000	4,6	0,2

In beiden Fällen erkennt man in dem unteren Belastungsbereich eine streng lineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung, die sowohl im Dehnungs- als auch im Kompressionsgebiet die Bestimmung eines elastischen Elastizitätsmoduls erlaubt.

Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

### C. Bestimmung der Poisson-Zahl

In der gleichen Weise, wie oben unter B. beschrieben, haben wir auch mit Hilfe von Dehnungsmeßstreifen die Querkontraktion ermittelt. Für diesen Zweck verwendeten wir sog. Rosetten (Hersteller: Jenbacher, Zürich, R 90 BL 0,7/120), bei welchen einem gemeinsamen Träger zwei um 90° versetzte Drahtsysteme aufgebracht sind, mit denen man sowohl die Längsdehnung als auch die Querkontraktion ermitteln kann. Auch hier fanden wir einen streng linearen Verlauf und konnten aus der Neigung der Geraden den Quotienten

$$\frac{\epsilon_Q}{\sigma} = E_Q \quad (1)$$

mitteln. Die gesuchte Poisson-Zahl ergibt sich dann durch Division von

$$\frac{E_Q}{E} = \frac{1}{\mu} = m, \quad (2)$$

bei  $m$  vielfach als Querszahl bezeichnet wird.

Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Während also die Elastizitätsmoduln sehr große charakteristische Unterschiede zeigen, ergibt sich eine Poisson-Zahl in der gleichen Größe.

### D. Elastizitätsmodul durch Biegung

Im allgemeinen sind Messungen des Elastizitätsmoduls bei Biegebeanspruchung viel weniger aufwendig als mit anderen Methoden, wie z.B. der oben beschriebenen mit Dehnungsmeßstreifen. Es interessiert uns deshalb die Frage, ob mit diesem Verfahren ebenfalls befriedigende Ergebnisse erzielt werden können. Ein weiteres Problem bestand darin, zu prüfen, ob es möglich ist, kurze Proben, bei welchen die Höhe nicht mehr klein gegen die Länge ist, unter Berücksichtigung der dabei auftretenden Schubspannungen zu verwenden.

Das Schema des verwendeten Gerätes ist in Abb. 4 dargestellt. Die Probe liegt auf zwei plangeschliffenen Auflagen auf und wird in der Mitte mit einem Stempel eines Radius 1 cm belastet. Der Druckstempel wird durchbohrt, durch die Bohrung geht ein Taster der Meßuhr mit einer Teilung von 0,0001 cm, so daß die Abstandsänderung zwischen der Oberkante der Auflagefläche und der Oberkante der Probe gemessen werden kann. Die Belastung erfolgte über ein Hebelsystem mit Gewichten.

Bei der Durchführung der Versuche stellten wir fest, daß sich die geschliffene Fläche der Probe auf der Oberfläche der Auflage bei den ersten Belastungen erst „setzte“, was sich dadurch bemerkbar machte, daß nach der Entlastung der Ursprungspunkt nicht wieder erreicht wurde. Hier spielt sich also ein ähnlicher Vorgang ab wie oben unter A. beschrieben. Nach mehrmaligen Belastungen zeigten sich dann keine Veränderungen mehr.

Es bestehen vielleicht Bedenken dagegen, daß wir die Proben nicht auf Schneiden auflegten, sondern auf plangeschliffene Flächen, und daß hierdurch keine definierte Meßlänge vorhanden ist, so daß sich der Auflagepunkt bei steigender Belastung verschiebt.

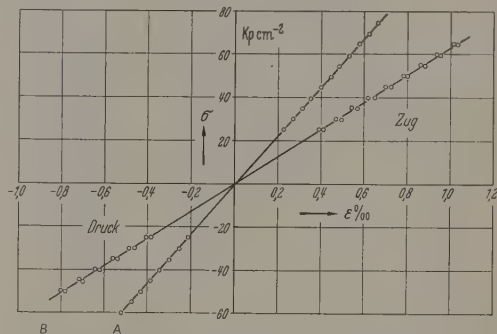


Abb. 3. Spannungsdehnungsverlauf: A bei einer nicht elektrographierten „harten“ Kunstkohle und B bei Elektrographit Sorte I

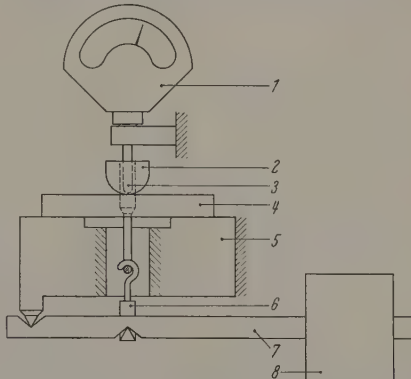


Abb. 4. Meßeinrichtung zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls durch Biegung. 1 Meßuhr, 2 Belastungsstempel, 3 Taster, 4 Probe, 5 Auflage, 6, 7 u. 8 Hebelsystem mit Belastungsgewicht

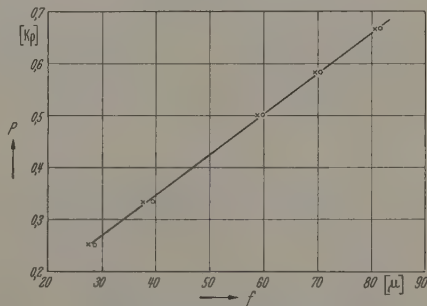


Abb. 5. Abhängigkeit der Durchbiegung von der Belastung bei Biegeversuchen

Hiergegen spricht die Tatsache, daß wir in den  $P-f$  Diagrammen, wie Abb. 5 zeigt, einwandfreie Geraden fanden. Weiterhin sind die Durchbiegungen in der Größenordnung von 0,01 cm, also viel größer als die Unebenheit der Auflageflächen, so daß wir als Meßlänge den Abstand der beiden Kanten zu nehmen haben.

Die Proben wurden aus den unter B. beschriebenen Zugstäben geschnitten. Wir haben also hier dasselbe Material, an dem bereits der Elastizitätsmodul mit



Tabelle 2

Material	Seitenlänge [cm]	$E_B$ -Biegung $10^{-3}$ [Kg cm $^{-2}$ ] $l = 4,143$ [cm]	$E_B$ -Biegung $10^{-3}$ [Kg cm $^{-2}$ ] $l = 2,666$ [cm]	$E$ -Zug-Druck $10^{-3}$ [Kg cm $^{-2}$ ] Zug-Druck	$E$ -Biegung $10^{-3}$ [Kg cm $^{-2}$ ] nach BACH $l = 4,143$ [cm]	$E$ -Biegung $10^{-3}$ [Kg cm $^{-2}$ ] nach BACH $l = 2,666$ [cm]	$E$ -Biegung $10^{-3}$ [Kg cm $^{-2}$ ] nach FILON $l = 4,143$ [cm]	$E$ -Biegung $10^{-3}$ [Kg cm $^{-2}$ ] nach FILON $l = 2,666$ [cm]
	1	2	3	4	5	6	7	8
„Harte“ Kohle	1	764	416	1129	891	587	1250	1060
	0,9	850	557		966	743	1280	1260
	0,8	845	720		935	910	1190	1460
	0,7	875	816		947	972	1150	1260
	0,6	1044	930		1110	1068	1280	1450
	0,5	1129	985		1178	1085	1310	1365
	0,4	1161	1024		1192	1091	1281	1280
Elektrographit I	1	406	274	630	475	386	665	695
	0,9	442	302		503	402	666	685
	0,8	405	295		447	373	570	590
	0,7	427	435		463	523	561	762
	0,6	500	451		531	517	615	700
	0,5	509	491		530	541	590	680
	0,4	508	534		521	569	561	665
Elektrographit II	1	384	225	585	448	317	628	572
	0,9	421	295		478	393	636	665
	0,8	421	320		465	404	592	635
	0,7	438	396		475	474	575	695
	0,6	481	455		511	522	591	708
	0,5	491	499		513	550	570	690

Dehnungsmeßstreifen unter Zug- und Druckbelastung gemessen wurde, verwendet. Hierdurch ist ein direkter Vergleich der Meßergebnisse möglich. Um den Einfluß der Probendicke zu untersuchen, wurden diese Probestäbe, welche zunächst den Querschnitt 1×1 cm<sup>2</sup> hatten, jeweils um 0,1 cm abgeschliffen, und zwar bis zu einem Querschnitt von 0,4×0,4 cm<sup>2</sup>. Die Meßlänge betrug 4,143 cm bzw. 2,666 cm. Da die Auflageflächen einen Kantenbruch hatten, ergaben sich bei der Auswertung die angeführten Werte für die Meßlängen. Die unten mitgeteilten Meßergebnisse stellen Mittelwerte dar. Zunächst wurden die Durchbiegungen bei steigender und fallender Belastung graphisch dargestellt, und zwar in einem Diagramm Belastung gegen Durchbiegung. Durch diese Punkte wurde eine ausgleichende Gerade gelegt und aus der Steigung der Elastizitätsmodul entsprechend der Bernoullischen Beziehung, also unter der Voraussetzung der Gültigkeit des Geradenliengesetzes und des Hookeschen Gesetzes, wie folgt bestimmt (3):

$$E_B = \frac{l^3}{4h^4} \frac{P}{f}, \tag{3}$$

wobei der Quotient  $P/f$  als Steigungsmaß der oben beschriebenen ausgleichenden Geraden ermittelt wurde.

Die einzelnen Größen haben folgende Bedeutung:

- $E_B$  = Elastizitätsmodul [Kp cm<sup>-2</sup>],
- $l$  = freie Länge des Prüflings [cm],
- $h$  = Seitenlänge des quadratischen Prüflings [cm],
- $P$  = Belastung [Kp],
- $f$  = Durchbiegung in der Mitte [cm].

Jede der oben beschriebenen Kurven durchliefen wir zweimal. Anschließend drehten wir die Probestäbe um 90°, bezogen auf die Längsachse, und belasteten so nacheinander alle vier Seiten des Prüflings. Hierdurch konnten wir weitgehend alle Inhomogenitäten und Anisotropien ausschalten. Als endgültiges Ergebnis werden unten die auf diese Weise gemittelten Werte mitgeteilt. Durch Belastung von den vier Richtungen

hofften wir, die Ergebnisse an den durch den Zug-Druckversuch ermittelten Elastizitätsmodul ansetzen zu können.

In der Tabelle 2 sind die auf diese Weise bestimmten Werte für den Elastizitätsmodul aufgeführt. Spalte 1 enthält die Kantenlängen der Prüflinge jeweils um 0,1 cm abgeschliffen wurden. Spalte 2 den ermittelten Elastizitätsmodul für eine Auflänge von 4,143 cm und Spalte 3 für 2,666 cm.

Beim Betrachten dieser Zahlen erkennt man, von einer Übereinstimmung der Ergebnisse keine Rede sein kann. Besonders stark sind die Unterschiede bei den größten Querschnitten.

Da bei den Biegeversuchen die Belastung niedrig gewählt wird als bei den Zug-Druckversuchen, welchen wir die strenge Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes bestätigt fanden, muß wegen der offensichtlichen Überschreitung des Geltungsbereiches der Bernoullischen Beziehung die zweite Voraussetzung nämlich das Geradenliengesetz, nicht zutreffen. Diese Schlußfolgerung ist ohne weiteres einleuchtend, da bei den gewählten Abmessungen kann man nicht von einem langen Balken reden, da die Höhe des Balkens (Seitenlänge) in der gleichen Größenordnung seine Länge liegt. Bei der Biegung dieser dicken Balken bleiben also die Querschnitte nicht mehr erhalten, wir müssen außer der Biegebeanspruchung noch Schubkräften rechnen.

Dieses Problem ist seit langem bekannt. Eine eingehende Beurteilung findet man z.B. bei BACH. Hiernach gilt für die Durchbiegung unter Berücksichtigung der Schubspannung

$$f_{ges} = \frac{Pl^3}{4h^4E} + \frac{0,3}{G} \frac{Pl}{h^2},$$

wobei  $G$  der Torsionsmodul und  $f_{ges}$  die gesuchte Durchbiegung unter Biege- und Schubbeanspruchung sind.

Setzt man nun voraus, daß bei Kunstkohle die bekannte Beziehung zwischen Elastizitätsmodul,

modul und Poisson-Zahl

$$E = 2 \frac{m+1}{m} G \quad (5)$$

Man kann in Gl. (5) den unbekannten Torsionsmodul durch den Elastizitätsmodul und die bereits bestimmte Poisson-Zahl ersetzen.

Es folgt:

$$f_{\text{ges}} = P \frac{l^3}{4h^4 E} \left( 1 + 2,4 \cdot \frac{m+1}{m} \frac{h^2}{l^2} \right) \quad (6)$$

$$E = P \frac{l^3}{4h^4 f_{\text{ges}}} \left( 1 + 2,4 \cdot \frac{m+1}{m} \frac{h^2}{l^2} \right) \quad (7)$$

Der erste Term entspricht nach Gl. (3) dem Elastizitätsmodul  $E_B$  nach BERNOULLI, so daß wir schließlich erhalten:

$$E = E_B \left( 1 + 2,4 \cdot \frac{m+1}{m} \frac{h^2}{l^2} \right) \quad (8)$$

Gl. (5) Gültigkeit besitzt, können wir, da alle in Gl. (8) bekannt sind, den wahren Elastizitätsmodul berechnen.

In der Tabelle 2 sind nun die Ergebnisse zusammengefaßt. In Spalte 4 ist der an denselben Proben durch Zug- und Druckbelastung mit Dehnungsmeßstreifen bestimmte Elastizitätsmodul aufgeführt. In den Spalten 5 und 6 sind die nach dem Vorgang von BACH [8] korrigierten Werte für die beiden Meßlängen, aus den Spalten 2 und 3 berechnet wurden, festgesetzt. Wie man nun beim Vergleich der Ergebnisse sieht, ist die Übereinstimmung der einzelnen Werte unbefriedigend.

Auf der Suche nach einer Möglichkeit, diese Unterschiede zu erklären, fanden wir eine von FILON [5] gegebene Beziehung für die Berücksichtigung der Querkraft. Diese lautet:

$$E = \frac{Pl^3}{4h^4} \left[ 1 + \left( \frac{2h}{l} \right)^2 \left( 1,5 \frac{E}{G} - \frac{1,5}{m} - 0,6 \right) \right] \quad (9)$$

Gl. (5) wird daraus:

$$E = E_B \left[ 1 + \frac{4h^2}{l^2} (2,73) \right] \quad (10)$$

In der Tabelle sind in der Spalte 7 und 8 die auf Grund Gl. (10) korrigierten Werte für den Elastizitätsmodul eingetragen. Die Ergebnisse liegen, bezogen auf den Elastizitätsmodul durch Zug und Druck (Tabelle 4), etwas zu hoch. Die Übereinstimmung ist wesentlich besser als bei der BACHschen Korrektur. Vor allem ist hier keine so starke Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls vom Verhältnis Probendicke zu Länge, mehr zu beobachten. In Abb. 6 ist die Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls vom Verhältnis Probendicke zu Länge dargestellt. Die BACHsche Korrektur zeigt noch eine starke Abhängigkeit von diesem Verhältnis, während nach FILON kein systematischer Gang zu erkennen ist. Die Streuung der Werte ist ziemlich groß, was erklärlich, wenn man berücksichtigt, daß die ursprünglichen Meßwerte mit Faktoren bis zu 2,5 multipliziert werden müssen, wobei sich die Fehler ent-

sprechend vergrößern. Nicht erklärlich ist, warum die Werte, die von den Versuchen mit einer Meßlänge von 4,143 cm „besser“ liegen als bei der Länge von 2,666 cm, obwohl sich die Bereiche von  $h/l$  überdecken.

### Zusammenfassung

Wir konnten zeigen, daß die plastische Dehnung von Kunstgraphit wesentlich kleiner ist als nach [2] und höchstens in der Größenordnung um 0,02% liegt. Bei Dehnungsmessungen mit Dehnungsmeßstreifen fanden wir, daß der Elastizitätsmodul in Kunstkohle im Zug- und Druckgebiet gleich und konstant ist, mit anderen Worten die Gültigkeit des

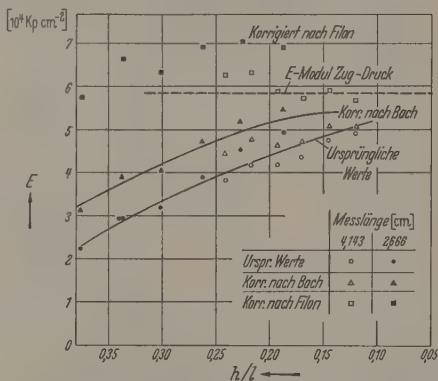


Abb. 6. Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls bei Elektrographit II von dem Verhältnis Probendicke zu Länge. Es sind die nach BERNOULLI berechneten Ergebnisse („ursprünglichen Werte“) sowie die nach BACH und FILON korrigierten Werte und schließlich der Elastizitätsmodul aus Zug und Druck aufgetragen.

Hookeschen Gesetzes erfüllt ist. Die Poisson-Zahl ermittelten wir zu 0,22. Bei der Bestimmung des Elastizitätsmoduls durch Biegung, die an demselben Material vorgenommen wurde, das vorher bei Zug-Druck-Versuchen verwendet wurde, untersuchten wir den Einfluß des Verhältnisses Höhe der Probe zur Länge und fanden, daß mit einem Ansatz von FILON die Schubspannung bei einem kurzen, dicken Balken in genügendem Maße berücksichtigt wurde, so daß wir weitgehende Übereinstimmungen zwischen dem Elastizitätsmodul aus Zug-Druck und Biegung haben.

Die Untersuchungen wurden in der Materialprüfstelle der Firma Schunk und Ebe GmbH., Gießen, durchgeführt. Herrn Meister A. BIEMER danke ich für die Unterstützung bei der Vorbereitung und Durchführung der Messungen.

**Literatur:** [1] MANTELL, C.L.: Industrial Carbon. New York 1947. — [2] ARRAGON, PH. P., and R.M. BERTHIER: Industrial Carbon and Graphite, herausgegeben von Soc. of Chemical Industry London 1958. — [3] BERNOULLI, J.: Mémoires de Paris, 1705. Oeuvres Bd. 1, S. 976. Genf 1744. — [4] BACH, C.: Elastizität und Festigkeit. Berlin 1911. — [5] FILON, L.N.G.: Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A 201, 63 (1903).

Dr. RICHARD ARNOLD,  
Krofdorf über Gießen



## Die physikalischen Grenzen der Beseitigung von Röntgenstreustrahlen durch Rasterblende

Von KARL H. REISS

Mit 7 Textabbildungen

(Eingegangen am 25. Februar 1959)

## Einleitung

Wenn die Strahlung einer Röntgenlichtquelle ein Objekt, z. B. einen Patienten durchsetzt, entsteht bekanntlich durch Compton-Streuung Sekundärstrahlung. Die Intensität hängt von der Feldgröße, der Dicke der durchstrahlten Schicht und der Energie der

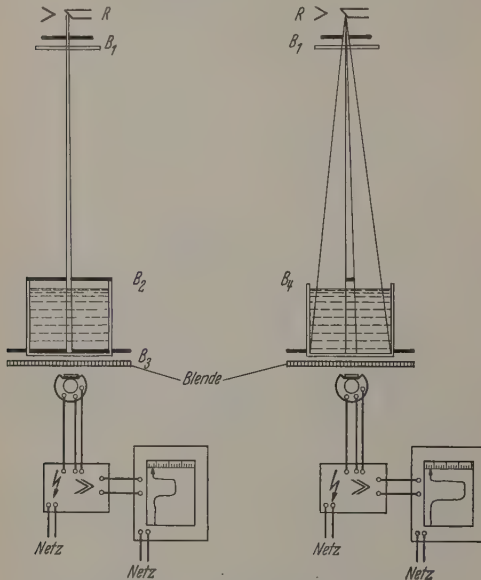


Abb. 1. Meßanordnung zur Ermittlung der Durchlässigkeit für (links) Primär- und (rechts) Streustrahlung

Primärstrahlung, also der Spannung an der Röntgenröhre ab. In den meisten Fällen ist die Streustrahlungsintensität erheblich größer als die Primärstrahlungsintensität, beide in der Filmebene gemessen.

Da die Streustrahlung an Punkten entspringt, die relativ nahe am Film liegen, kommt ihre Wirkung einer mehr oder weniger gleichmäßigen Vorbelichtung gleich. Dadurch werden die in der Primärstrahlung vorhandenen Kontraste stark verringert. Man trachtet daher im allgemeinen, die Streustrahlung möglichst vollkommen zu beseitigen, zumal, wenn es sich darum handelt, schwache Kontraste zwischen Weichteilen sichtbar zu machen. Gerade dazu wendet man aber heute die Röntgenstrahlen bevorzugt an.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß die Streustrahlung auch eine positive Seite hat. Röntgenfilme werden fast ausschließlich zusammen mit sog. Verstärkerfolien, also Fluoreszenzschichten benutzt. Ihre Gradationskurve ist daher, wie bei Photographie mit gewöhnlichem Licht, durch eine Empfindlichkeitsschwelle gekennzeichnet. Über diese Schwelle hebt die Streustrahlung das Röntgenbild bei knapper Belichtung unter Umständen gerade an. Die Streu-

strahlung ist ferner nützlich, wenn es darum geht, einer einzigen Aufnahme möglichst große Kontraste unterzubringen, wie z. B. bei einer Übersichtsaufnahme mit niedrigen Röhrenspannungen (60 kV und weniger). Abgesehen von diesen durch die Filmschwächen bedingten Sonderfällen hat die Diagnostik heute häufig mit Röhrenspannungen von 150 und mehr betrieben wird, an einer möglichst guten Ausblendung der Streustrahlung Interesse. Zu diesem Zweck schaltet man in den Strahlengang zwischen Objekt und Film eine Rasterblende ein, die aus horizontal angeordneten, möglichst genau auf den Röhrenfokus gerichteten Absorberlamellen in gleichmäßigen Abständen besteht.

Zweck der folgenden Zeilen soll es sein, die Verbesserungsmöglichkeiten für Streustrahlenblenden zu untersuchen.

## Kennzahlen für Streustrahlenblenden

Zunächst ist es notwendig, die Blendenwirkungen zahlenmäßig zu erfassen. Obwohl die Streustrahlenblenden nach BUCKY und POTTER seit 1913 angewendet werden, ist auf ihre meßtechnische Beurteilung bis in die letzte Zeit nur wenig Arbeit verwandt worden. DE WAARD [1] hat schon 1934 vorgeschlagen, die Primärstrahldurchlässigkeit  $D_p$  und Streustrahldurchlässigkeit  $D_s$  getrennt zu ermitteln und den Quotienten  $\Sigma = D_p/D_s$  als Selektivität zu bezeichnen. Dieses Verfahren wurde in neuerer Zeit von ST. FORD u. a. [9] wieder aufgenommen. Allerdings steht über die Art, wie diese Messungen auszuführen sind, trotz verschiedener Vorarbeiten [2], [3], [4], noch keine Einigkeit. Daher sei hier kurz die Methode, die sich nach längeren Voruntersuchungen als beste herausentwickelt hat, beschrieben (Abb. 1).

$R$  ist eine Röntgenröhre, deren Fokus durch eine Blende  $B_1$  scharf ausgeblendet wird. Ein Vorfilter aus 2 mm Aluminium absorbiert einen Teil der weichen Strahlung. Das Wasserphantom besteht aus einem Behälter aus Akrylglas. Die Feldgröße beträgt maximal  $30 \times 30 \text{ cm}^2$ . Die Wasserhöhe kann zwischen 0 und 30 cm variiert werden.

Die linke Abbildung zeigt die Blendenanordnung für die Primärstrahlungsmessung, die rechte für die Streustrahlungsmessung. Die genau zentrierten Blenden  $B_2$  und  $B_3$  lassen nur einen sehr schmalen Strahlenkegel das Phantom durchsetzen, so daß praktisch keine Streustrahlung entsteht. Die Filterwirkung der Wasserschicht ist jedoch wie im praktischen Leben vorhanden.

Bei der Messung mit Streustrahlung (Abb. 1 rechts) kann ein beliebiger Teil des Wasservolumens als Streustrahlendurchlässigkeit dienen. Lediglich ein kleiner Kegel, durch Blende  $B_4$  ausgeblendet, bleibt frei, damit auf keinen Fall Primärstrahlung auf den Strahlungsempfänger fällt. Die kleinstmöglichen Blendendurchmesser werden durch Vorversuche ermittelt.

er Strahlungsempfänger besteht aus einem Calcium-Wolframat-Leuchtschirm von 5 mm Ø. Das dieses Leuchtschirms trifft auf einen Photovervielfacher 931 A, der selbst auf Röntgenstrahlung von 30 kV anspricht und wird über einen Gleichstromvervielfacher gemessen. Eine Wachsschicht von 3 mm verhindert, daß schnelle Elektronen, die an Metallen ausstrahlen, den Leuchtschirm anregen und die Messungen fälschen. Der Strahlungsempfänger ist räumlich symmetrisch für einen Winkel von  $\pm 80^\circ$  ausstrahlend.

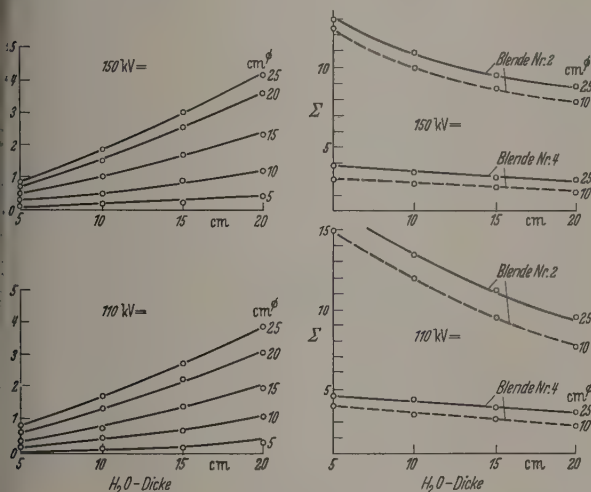


Abb. 2

Abb. 2. Einfluß von Phantomabmessung auf die Selektivitätsmessung

3. Die Spannungsabhängigkeit der Selektivität von Streustrahlenblenden verschiedener Ausführungen. 1 = Rasterblende mit  $h/a = 12$ ,  $D_p = 80\%$  (älterer „Hartstrahl“-raster); 2 = Rasterblende mit  $h/a = 15$ ,  $D_p = 70\%$  (älterer „Hartstrahl“-raster); 3 = Rasterblende mit  $h/a = 0$ ,  $D_p = 78\%$ ; 4 = Rasterblende mit  $h/a = 7$ ,  $D_p = 75\%$

Je dicker die Wasserschicht, desto mehr überwiegen die energiereichen Strahlungsanteile. Von der Dicke der Wasserschicht und der Feldgröße hängt auch die Richtungsverteilung der Streustrahlung von der gegebenen Röhrenspannung ab. Daher soll zunächst an einer Übersicht Abb. 2 gezeigt werden, wie diese Größen in die Ergebnisse eingehen. Es wurde eine mittlere und eine relativ hohe Diagnostikspannung gewählt. Als Beispiele sind zwei gebräuchliche Streustrahlenblenden gemessen worden. Diese Messungen sollen dazu dienen, die Stärke der Streustrahlung bei verschiedenen Phantomabmessungen zu ermitteln und mit anderen Messungen an Blenden mit anderen Abmessungen der Phantome umzurechnen.

Als Normphantom zur Beurteilung von Blenden haben wir die Abmessungen  $30 \times 30 \text{ cm}^2$  und eine Wassertiefe von 20 cm vor. Diese Abmessungen entsprechen wohl einem durchschnittlichen Diagnostikphantom am besten.

### Meßergebnisse an Streustrahlenblenden

Abb. 3 zeigt als Ergebnis die Werte der Selektivitätsfunktion der Röhrenspannung an vier charakteristischen Rasterblenden, und zwar Linienrasterblenden verschiedenen Schachtverhältnisses. Die Werte für die Primärstrahldurchlässigkeit sind von der Röhrenspannung nur sehr wenig abhängig.

Aus diesen Angaben kann man alle für die Anwendung wichtigen Daten ohne Schwierigkeiten ableiten. Die Selektivität liefert die Kontrastverbesserung nach folgendem Zusammenhang:

$$c = c_0 \frac{1+v}{1+c_0 \cdot v} \quad c_m = \frac{1+v/\Sigma}{1+c_0 \cdot v/\Sigma}$$

ohne Blende mit Blende der Selektivität  $\Sigma$

$$c_0 = \frac{I_p'}{I_p} \text{ max. mögl. Kontrast}$$

graphische Auswertung Abb. 4.

Die Primärstrahldurchlässigkeit  $D_p$  und die Selektivität zusammen ergeben die Belichtungsverlängerung:

$$V = \frac{1}{D_p} \cdot \frac{1+v}{1+v/\Sigma}; \quad v = \frac{I_s}{I_p}$$

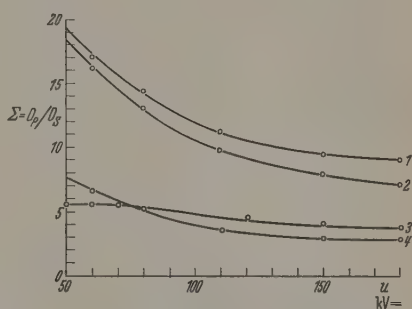


Abb. 3

### Geometrische Theorie der Streustrahlenblenden

Nachdem nunmehr Meßmöglichkeiten für die Blendenwirkung vorliegen, ist es interessant zu prüfen, ob die praktisch realisierten Blenden verbesserungsfähig sind. Wegen der großen Zahl der variationsfähigen Parameter ist diese Frage nur durch eine möglichst strenge Rechnung zu klären. Legen wir die geometrischen Verhältnisse der Abb. 5 zugrunde, so stellt sich das Problem, die Intensitäten aller Strahlen zu addieren, die das Filmelement  $\Delta F$  auf den verschiedensten Wegen erreichen können. Die Durchlässigkeit für die gerichtete Primärstrahlung ist:

$$D_p = \frac{\sum_i \sum_k \Delta F_{ik} \cdot D_{ik}}{F}$$

$D_{ik}$  sei die Durchlässigkeit des Flächenelementes  $\Delta F_{ik}$ . Für die Streustrahlung nehmen wir die Winkelverteilung bei einer gegebenen Röhrenspannung  $f_3(\varphi, \vartheta, U)$  als bekannt an. Diese Funktion muß gemessen werden. Die Summation über alle Strahlen ergibt:

$$D_s = \sum_i \sum_k \iint f(\varphi, \vartheta, U) \cos \varphi \cos \vartheta \times \\ \times f_3(\varphi, \vartheta, U) d\varphi d\vartheta \iint f_3 \cos \vartheta \cos \varphi d\vartheta d\varphi$$

Dabei sei  $f$  eine gemessene Funktion, die die Durchlässigkeit der betrachteten Elemente ergibt.



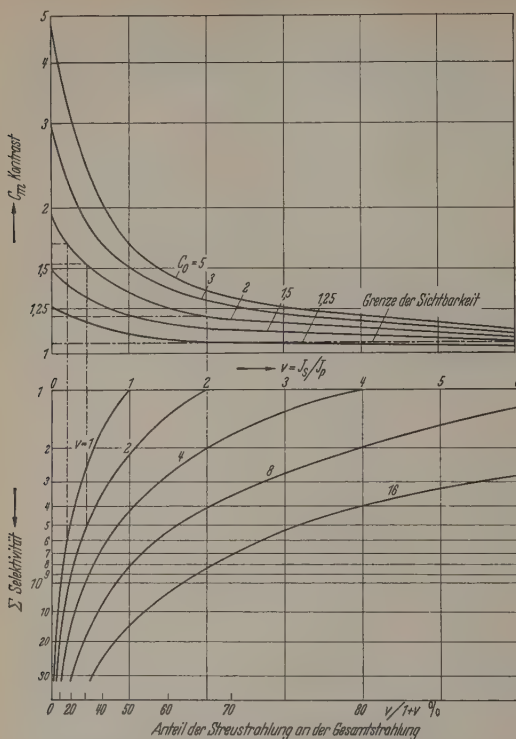


Abb. 4. Diagramm zur Berechnung der Kontrastverbesserung durch Blenden. *Beispiel:* Ein Objekt erzeugt Streustrahlung, deren Intensität sich zu der der durchgelassenen Primärstrahlung wie  $v = 2$  verhält. (Anteil der Streustrahlung an der Gesamtstrahlung 67 %.) Das Objekt enthält einen Kontrast, der einem Intensitätsverhältnis von  $c_0 = 2$  (ohne Streustrahlung), entsprechen würde. Durch die Streustrahlung geht der Kontrast auf  $c_m = 1,2$  zurück. Verwendet man eine Streustrahlenblende der Selektivität  $\Sigma = 5$ , so wird der Kontrast auf  $c_m = 1,54$  angehoben (Schnittpunkt Kurve  $v = 2$  mit  $\Sigma = 5$  senkrecht nach oben). Eine Streustrahlenblende der Selektivität  $\Sigma = 12$  würde eine Verbesserung auf  $c_m = 1,7$  bringen

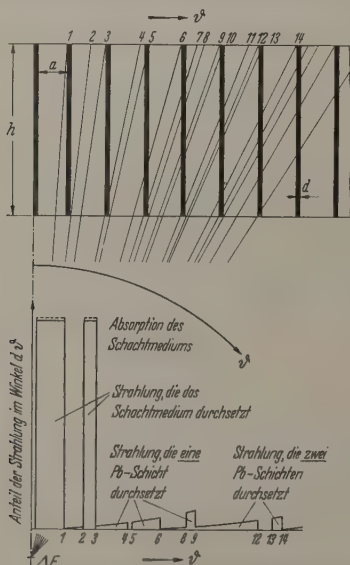


Abb. 5. Zur Berechnung der Streustrahldurchlässigkeit eines Linienrasters.  $\Delta F$  Filmelement bzw. Folienelement

Nach dieser Rechenvorschrift können alle bekannten oder neuen Blendenkonstruktionen behandelt werden. Bisher haben sich immer wieder Linienraster

und gekreuzte Linienraster als die wirksamsten Ordnungen ergeben. Für den Linienraster der Ablauten die Ausdrücke:

$$D_p = \frac{a \cdot f_1(h) + d f_2(h)}{a + d}$$

$a$  = Dicke des Schachtmediums,  $d$  = Dicke der sorberlamellen,  $h$  = Schachthöhe.

$$D_s = \left[ \sum_I \int_0^{\varphi_m} \int_{\vartheta_{i-1}}^{\vartheta_i} f_1 \left( \frac{h}{\cos \vartheta \cos \varphi} \right) \times \right. \\ \times \cos \vartheta \cos \varphi \cdot f_3(\varphi, \vartheta, U) d\varphi d\vartheta + \\ + \sum_{II} \int_0^{\varphi_m} \int_{\vartheta_{i-1}}^{\vartheta_i} f_2 \left( \frac{d}{\sin \vartheta \cos \varphi} \right) \cos \vartheta \cos \varphi \cdot f_3 d\varphi d\vartheta + \\ \left. + \sum_{III} \int_0^{\varphi_m} \int_{\vartheta_{i-1}}^{\vartheta_i} f_2 \left( \frac{d}{\sin \vartheta \cos \varphi} \right) \cos \vartheta \cos \varphi \cdot f_3 d\varphi d\vartheta + \dots \right] \\ \int_0^{\varphi_m + \vartheta_m} \int_0^{\vartheta_m} f_3 \cos \vartheta \cos \varphi d\varphi d\vartheta$$

Hier bedeutet  $f_1$  eine Funktion, die die Durchlässigkeit des Schachtmediums in Abhängigkeit von der durchstrahlten Dicke angibt.  $f_2$  ist eine Funktion, die

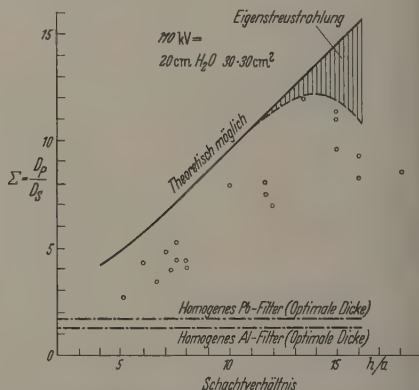


Abb. 6. Theoretisch möglich und praktisch erreichte Selektivitäten Linienraster mit Bleilamellen

Durchlässigkeit der Absorberlamellen in Abhängigkeit von der durchstrahlten Dicke beschreibt.  $\varphi$  und  $\vartheta$  sind die beiden Winkel vom Primärstrahl in Lamellendirection und senkrecht dazu. Die Integrationsgrenzen ergeben sich aus den geometrischen Verhältnissen der Abbildung. Die Summe I enthält alle Strahlen, die nur durchlässige Rasterteile durchsetzt haben, die Summe II betrifft Strahlen, die eine Absorberlamelle durchdrungen haben, während die Summe III Strahlen betrifft, die zwei Absorberlamellen durchdrungen haben, usw.

Die Auswertung ist etwas zeitraubend, läßt sich aber im praktischen Fall durch Näherungsrechnung und Anwendung von Rechenmaschinen<sup>1</sup> vereinfachen.

Als wesentliches Ergebnis der Theorie in der rein geometrischen Form erhält man:

1. Die Selektivität steigt mit dem Schachtverhältnis  $h/a$  monoton an.

<sup>1</sup> Bei der numerischen Auswertung hat das Mathematisches Institut der SSW (Leitung: Herr H. Hofmann) wertvolle Hilfe geleistet.

Es gibt für gegebenes Schachtverhältnis  $h/a$  und gegebene Linienzahl  $1/(a+d)$  und gegebenem Spannungsbereich immer eine optimale Absorberdicke  $d$ .

Bei ähnlicher Verkleinerung eines gegebenen  $h/a$ , also Erhöhung der Linienzahl  $1/(a+d)$  bei konstantem Schachtverhältnis  $h/a$ , fällt die Selektivität  $S$  ab.

Zahlreiche Messungen an bereits ausgeführten Rasterblenden bestätigen diese Aussagen im Bereich der Röhrenspannungen unter 90 kV quantitativ. Bei höheren Spannungen treten jedoch Abweichungen auf, die Abb. 6 ein Beispiel zeigt. Die ausgezogene Kurve ist gerechnet, wobei die optimalen Absorberdicken verwendet wurden. Jeder Meßpunkt betrifft eine tatsächlich gebaute Streustrahlenblende, allerdings verschiedenster Provenienz. Die zum Teil beträchtlichen Abweichungen von der theoretisch möglichen Selektivität sind im Bereich niedriger Schachtverhältnisse hauptsächlich auf Nichtbeachtung der optimalen Absorberdicke, aber auch auf ungenaue Ausrichtung der Lamellen zurückzuführen. Bei höheren Schachtverhältnissen tritt offenkundig noch ein anderer Effekt hinzu. Eine eingehendere Analyse ergibt, daß aus den Absorberlamellen eine recht beträchtliche Fluoreszenzstrahlung, und zwar  $K$ -Fluoreszenz des Absorbermetalls austritt, sobald die Anregungsspannung (bei Pb rund 87 kV) überschritten ist. Bei sehr hohem Schachtverhältnis kommt die durchgelassene Streustrahlung in die Größenordnung der Eigenstreustrahlung, daher kann die Selektivität nicht mehr wesentlich zunehmen. Es ist also dieser Art der Blenden nicht sinnvoll, mit dem Schachtverhältnis über einen Wert von etwa 13:1 auszugehen, abgesehen davon, daß Blenden so hohen Schachtverhältnisses auch in der praktischen Anwendung nicht sehr bequem sind.

Die Aussage 3 der Theorie wird durch das Auftreten der Eigenstreustrahlung noch verschärft, sobald man genügend hohen Spannungen übergeht. Die Eigenstreustrahlung ist nämlich im wesentlichen eine Oberflächenstrahlung. Mit Vergrößerung der Linienzahl steigt aber die Absorberoberfläche an. Messungen an Rasterblenden mit sehr hoher Linienzahl zeigen bei Röhrenspannungen über der  $K$ -Anregungsspannung geringere Selektivitäten, als die Theorie angibt.

Als weitere Regel ergibt sich damit eine obere Grenze für die Linienzahl von Streustrahlenblenden in der optimalen Wirkung. Bei den Rasterblenden mit Bleiabsorbern liegt diese Grenze etwa bei 25 bis 30 Linien je cm.

Die Eigenstreustrahlung verläßt die Rasterblende nach Schachtverhältnis mehr oder weniger gebündelt. Erst in größerer Entfernung von der Blende zerlagern sich die Strahlenbündel aus den einzelnen Rasteröffnungen und geben zu Kontrastverminderung Anlaß. Bei Rasterblenden, die zur Verwischung der Rasterstrahlen während der Aufnahme bewegt werden [6], ist in der Regel zwischen Blende und Objekt ein Abstand von einigen cm. Man kann aber auch feststehende Blenden mit so hoher Linienzahl herstellen, daß die Linien von den Verstärkerfolien nicht mehr getrennt werden oder doch dem Auge nicht

mehr störend auffallen, und diese Blenden sehr nahe am Film, also in der Kassette unterbringen. Dann stört die Eigenstreustrahlung der Blende nur wenig. Die obendiskutierte Aussage 3 bleibt jedoch gültig und selbst bei Verwendung von Schwermetallen ist die Selektivität solcher Blenden vom erzielbaren Optimum ziemlich weit entfernt.

### Die Selektivität von homogenen Filtern

Der Vollständigkeit wegen sei noch erwähnt, daß man auch mit Metallfolien eine gewisse Streustrahlenausfilterung erreichen kann. Da aber die Absorptions-

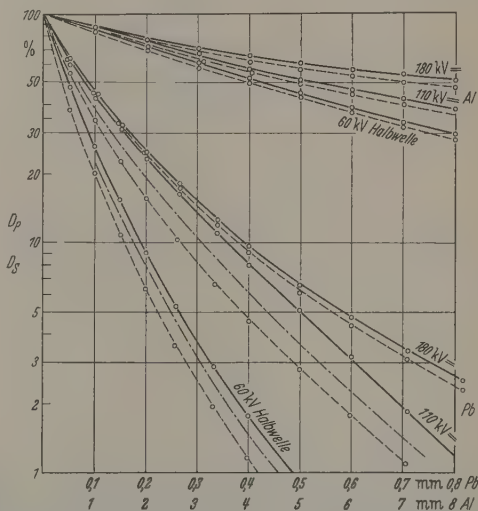


Abb. 7. Die Absorption von Primär- und von Streustrahlung durch Blei und Aluminium verschiedener Dicke. — Primärstrahlung, --- Streustrahlung schräg, - - - Streustrahlung umgerechnet auf  $\perp$  Durchtritt

kurven für Primär- und Streustrahlung unter den Bedingungen der Abb. 2 nur wenig voneinander verschieden sind (s. Abb. 7), beruht die Wirkung solcher Anordnungen hauptsächlich auf den im Mittel etwas verschiedenen Wegen der beiden Strahlenarten in der Filterfolie. Die Selektivitäten erreichen nie größere Werte als etwa 1,5 bis 1,8 und werden mit großer Primärstrahlenschwächung, also großer Belichtungsverlängerung erkauft. Dasselbe gilt für alle bisher vorgeschlagenen isotropen oder anisotropen, inhomogenen Filter.

### Zusammenfassung

Die Wirkung von Streustrahlenblenden für Röntgenstrahlen im Bereich der medizinischen Diagnostik läßt sich durch einige wenige Kennzahlen charakterisieren. Die meßtechnische Ermittlung der Kennzahlen am Normphantom wird beschrieben.

An Hand einer allgemeinen geometrischen Theorie der Rasterblenden läßt sich der Maximalwert der möglichen Selektivität berechnen. Die praktisch realisierten Rasterblenden erreichen die theoretischen Maximalwerte meist nicht ganz. Die Ursache liegt in technologischen Unvollkommenheiten, aber auch daran, daß bei genügend hoher Energie der Röntgenstrahlung in der Blende selbst Streustrahlung, und zwar  $K$ -Fluoreszenzstrahlung der Absorberlamellen,

<sup>1</sup> Untersuchungen der Spektren der durchgelassenen Strahlung sind im Physikalischen Institut der Universität Würzburg (Leitung: Prof. Dr. KULENKAMPFF) im Gange.



entsteht. Dadurch sind der vollständigen Beseitigung der Streustrahlung Grenzen gezogen.

Es werden Regeln für die optimale Dimensionierung von Rasterblenden angegeben.

Den Herren Dr. GAJEWSKI, Erlangen und Dr. LEDIN, Stockholm habe ich für interessante Diskussionen zu danken.

**Literatur:** [1] DE WAARD, R.H.: Fortschr. Röntgenstr. 49, 415–428 (1934). — [2] NEMET, A., W.F. COX and T.H.

HILLS: Brit. J. Radiol. 26, 185–192 (1953). — [3] RU FORTSCHR. Röntgenstr. 58, 262–264 (1938). — [4] GAJEWSKI, H.: Fortschr. Röntgenstr. 80, 642–648 (1954). — [5] LINDELL: Acta radiol., Stockh. 41, 353–376 (1953). — [6] BERGER, H.: Röntgen- u. Lab.-Prax. 8, 1, 8 (1955). — [7] LORENTZEN: Acta radiol., Stockh. 41, 201 (1954). — [8] SMANN, H.E., and H.R. SPLETTSTOSSER: Radiology 69, 572–583 (1935). — [9] STANFORD, R.W., R.D. MOORE and T. HILLS: Brit. J. Radiology 32, 106–113 (1959).

Dr. Ing. KARL H. REISS,  
Entwicklungsabteilung  
der Siemens-Reiniger-Werke, Erlangen

## Abbildung von Gasströmungen mit Elektronenblitzen\*

VON WERNER SCHAAFFS und MARTIN STREICH

Mit 2 Textabbildungen

(Eingegangen am 16. März 1959)

### 1. Einleitung und Problemstellung

Über die Röntgenblitzphotographie intensiver Stoßwellen, die durch Funkenüberschlag in Flüssigkeiten entstehen, wurde zuerst von W. SCHAAFFS und F. TREDELENBURG in [1] berichtet (zusammenfassende Darstellung in [2]). R. SCHALL und G. THOMER [3] haben dann mit Röntgenblitzen Stoßwellen in Gasen photographiert. Die Stoßwellen wurden dabei durch Verdampfung von Folien erzeugt; die Luft, in der sie liefen, enthielt einen stark absorbierenden Zusatz von Methyljodid. Zuletzt hat K.H. HERRMANN [4] im Laboratorium des Verfassers mit Röntgenblitzen der Cu-K-Strahlung die durch Funkenüberschlag entstandenen Stoßwellen in den reinen Gasen Argon und Kohlendioxyd studiert. Es gelang sogar die Aufnahme einer Funkenstoßwelle in gewöhnlicher Luft von 2000 Torr. Die Gasdichte im Kopf dieser Stoßwelle lag bei etwa  $5 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ .

Sind die Gasdichten, sei es in Stoßwellen, sei es in stationären Strömungen, noch erheblich niedriger, so sind Röntgenblitze nicht mehr anwendbar. Man wird zunächst an die Verwendung von schlierenoptischen oder lichtinterferometrischen Methoden denken. Diese haben aber verschiedene Nachteile und können bei zu geringen Gasdrücken versagen. W. SCHAAFFS [5], [6] hat daher eine Elektronenblitzröhre mit magnetischem Kondensor entwickelt, die Gasströmungen auch dann zu photographieren gestattet, wenn diese einer sehr schnellen Veränderung unterliegen. Diese Entladungsröhre weist die charakteristischen Eigenschaften der Lenardschen Fensterröhre auf und ist eine konstruktive Umkehrung des Arbeitsprinzips der Röntgenblitzröhren. Die beim Hochvakuumdurchschlag entstehenden starken Elektronenströme werden also nicht zur Erzeugung von Röntgenstrahlung verwendet. Ein Teil von ihnen wird als Elektronenblitz aus dem Entladungsraum herausgezogen und entweder in ein anderes Vakuum oder in ein Gas niedrigen Druckes geschickt. Eine einfache Elektronenblitzröhre ohne

magnetischen Kondensor ist übrigens im Abschnitt 11 der Arbeit [2] beschrieben worden. Dasselbe findet sich auch die Abbildung der Diffusion eines Elektronenblitzes bei 80 kV in die Luft.

Unabhängig von dieser Entwicklung haben S. E. SCHOPPER und B. SCHUMACHER in [7], [8], [9] an der gleichen Problematik der Erfassung von Gasströmungen mit Korpuskularstrahlsonden beschäftigt. Sie entwickelten ein Korpuskularstrahlrohr mit dynamischen Druckstufenstrecken für den Einschub molekularer Elektronenstrahlbündel in Gasräume stellbaren Druckes. In den Arbeiten [8] und [9] von B. SCHUMACHER finden sich ausführliche mathematische Unterlagen über die Gasströmungen aus Düsen in ein Vakuum hinein und über die Tiefenschärfe und Trübung der erzielbaren Abbildungen. Es ist daher nicht erforderlich, diese Fragen hier noch einmal speziell für Elektronenblitze zu erörtern.

Folgende methodische und apparative Unterschiede bestehen zwischen der Apparatur von B. SCHUMACHER und der in dieser Arbeit beschriebenen. B. SCHUMACHER arbeitet mit einem zeitlich lang ausdauernden Elektronenstrahlbündel von 0,5 mA Stromstärke und einer beispielsweise auf 60 kV genau einstellbaren Spannung. Das setzt voraus, daß der zu untersuchende Vorgang über eine gewisse Zeit stationär ist, so daß hier vorliegender Studie wird dagegen mit einem 10<sup>5</sup> mal größeren Stromstärke von etwa 10 A gearbeitet. Dafür liegt die effektive Zeitdauer des Elektronenstrahles beim Verlassen der Entladungsröhre bei etwa 10<sup>-7</sup> sec. Die Monochromasie eines solchen Elektronenblitzes ist natürlich viel geringer. Seine größte Stromstärke liegt unterhalb seiner Maximumspannung. Dafür lassen sich aber sehr schnelle Änderungen der Gasdichte erfassen. In dieser Studie wurde allerdings von dieser Möglichkeit nur bedingt Gebrauch gemacht.

### 2. Versuchsanordnung zur Erzeugung und Anwendung von Elektronenblitzen

Abb. 1 zeigt die Versuchsanordnung. Die Elektronenblitzröhre EB hat eine Glaswandung GL, eine spitze Kathode K aus sog. Silberstahl und als Anode eine konisch zugeschlifene Messingröhre. Sie wird

\* Auszug aus der Diplomarbeit von M. STREICH, FU-Berlin 1956. — Unter „Elektronenblitz“ („electron burst“) wird ein Elektronenstromstoß von blitzartiger Kürze verstanden. Der in der Phototechnik für die Hochdruckentladung in Xenon von einigen Firmen gebrachte Name „Elektronenblitz“ ist sachlich nicht gerechtfertigt.

inner Quecksilberdiffusionspumpe evakuiert. Die Entladungen zwischen Kathode und Anode sind leichter zu stabilisieren, wenn diese Diffusionspumpe ohne Kühlfalle betrieben wird. Durch das Zusammenwirken von magnetischer Linse  $M$  und Blende  $Bl$  wird eine Fokussierung und auch eine gewisse Monochromatisierung des Elektronenblitzbündels erreicht. Die Auslösung des Elektronenblitzes geschieht durch Überschlag an der Funkenstrecke  $Fu$ . Wie in bekannter Weise über eine Stromtorschaltung  $St$  mit einem Spannungsimpuls  $i$ , den der zu untersuchende Vorgang auslöst, gezündet werden kann.

Zur Bestimmung der ungefähren Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen und zur Ermittlung der Strahlspannung, zu der die meisten Elektronen gehören, kann der aus der Blende  $Bl$  austretende Elektronenblitz durch ein senkrecht zur Zeichenebene verlaufendes permanentes Magnetfeld  $m$  auf eine seitliche Ablenkung  $P_s$  hin ausgelenkt werden. Dort entsteht ein Bild, dessen Schwärzungsverlauf in a) durch die Punkte der aufeinanderfolgenden Striche angedeutet ist. Die effektive Strahlspannung ist durch den Ort der stärksten Schwärzung festgelegt.

Der eigentliche Versuchsraum  $V$  wird durch eine Vakuumpumpe auf einen am Manometer  $D$  ablesbaren Druck von einigen Torr evakuiert. Der zu photographierende Luftstrom wird durch eine Lavaldüse  $L$  eingelassen und umströmt ein Objekt  $O$ . Während des Einströmens steigt der Gasdruck in diesem Raum  $V$  auf einige Torr, bis der Elektronenblitz ausgelöst ist. Der Druckanstieg war eine lineare Funktion der Einströmzeit und konnte somit zur Abschätzung der Zeitspanne zwischen der Öffnung der Lavaldüse  $L$  und der Auslösung des Elektronenblitzes dienen. Diese Spanne lag zwischen 0,05 und 0,1 sec. Um den Druckanstieg in engen Grenzen zu halten, war das Volumen  $V$  der Versuchskammer durch das Zusatzgas  $G$  von 6 Liter Inhalt vergrößert.

Das Einschießen des Elektronenblitzes erfolgt durch die Blende  $Bl$  von 2 mm Durchmesser. Vor dieser Blende liegt ein Lenardfenster  $F$  aus  $16 \mu$  dickem Cellophan. Dieses Fenster ist mit Aluminium bedampft, um das sichtbare Licht des Plasmas der Elektronenentladung von dem Film  $P$  fernzuhalten. Durch den Elektronenblitz wird die Schattenprojektion der Strömung auf dem Film  $P$  entworfen. Um ihr ein Optimum der Güte zu geben, waren die Schichtdicken der Gasströmung und der zwischen ihr und der Blende liegenden Schutzschicht geringen Druckes in ungefährer Übereinstimmung mit der Lenardschen Parallelendicke. Der Durchmesser des gleichmäßig ausgeleuchteten Gebietes auf dem Film beträgt 3 bis 4 cm.

#### Elektronenblitzaufnahmen einiger Strömungsvorgänge

Zwischen dem Druck  $p_i$  und der Dichte  $\rho_i$  der Luft der inneren Mündung der Düse einerseits und dem Druck  $p_a$  und der Dichte  $\rho_a$  auf der Außenseite andererseits besteht die adiabatische Beziehung

$$\frac{p_i}{p_a} \left( \frac{\rho_i}{\rho_a} \right)^\kappa = 1,$$

wobei  $\kappa$  das Verhältnis der spezifischen Wärmen der Luft ist und bei  $18^\circ \text{C}$  den Zahlenwert 1,40 hat. Das Druckverhältnis  $p_i/p_a$  ergibt sich für eine stationäre Strömung aus dem Erweiterungsverhältnis der Lavaldüse, nämlich aus dem Verhältnis des kleinsten Quer-

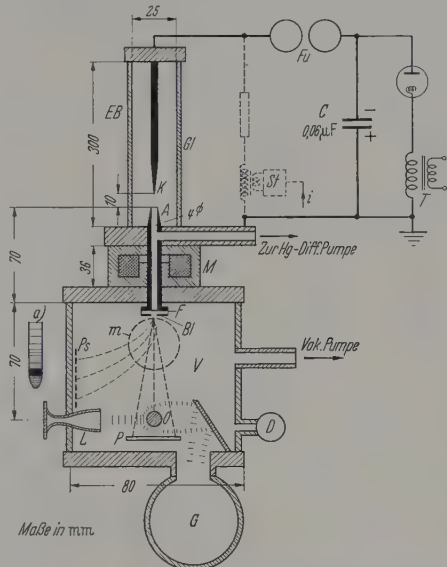


Abb. 1. Schema und Schaltung zur Photographie von Gasströmungen mit Elektronenblitzen

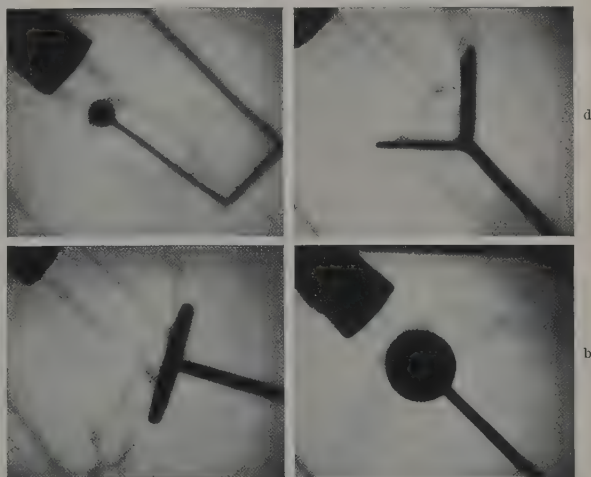


Abb. 2. Elektronenblitzaufnahmen des Einströmens von Luft in ein Vakuum und der Umströmung von Objekten im Luftstrom (Maßstab: Durchmesser der Kugel in b gleich 10 mm)

schnitts  $f_{\min}$  zum inneren Mündungsquerschnitt  $f_i$ :

$$f_{\min} = \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \cdot \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{2}{\kappa + 1}} \cdot \left( \frac{p_i}{p_a} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left( \frac{p_i}{p_a} \right)^{\frac{2}{\kappa}}}$$

Eine Auswertungstabelle zu dieser Formel findet sich in [10]. Im Mündungsraum der Düse, mit der die vier Aufnahmen der Abb. 2 gemacht worden sind, herrscht



mithin bei einem kleinsten Querschnitt  $f_{\min}$  vom  $\varnothing$  2,9 mm, einem Austrittsquerschnitt  $f_i$  vom  $\varnothing$  8,2 mm und einem Außendruck  $p_a = 760$  Torr ein Druck von  $p_i = 7,4$  Torr. Daraus folgt eine Gasdichte von  $\rho_i \approx 4 \cdot 10^{-5}$  g/cm<sup>3</sup>. Wie die Aufnahmen der Abb. 2 erweisen, die mit Elektronenblitzen gemacht worden sind, deren Spannungsschwerpunkte zwischen 35 und 40 kV lagen, können noch geringere Gasdichten bis etwa  $10^{-5}$  g/cm<sup>3</sup> nachgewiesen werden.

Die Abb. 2a zeigt einen aus der Lavaldüse austretenden und auf eine Platte treffenden Luftstrahl der angegebenen Dichte. Bei dieser und zwei der folgenden Aufnahmen sind aus Reproduktionsgründen die unmittelbar aus der Düse austretenden Strömungslinien ein wenig nachgezeichnet worden.

In Abb. 2b trifft der Luftstrom auf eine Kugel von 10 mm  $\varnothing$ . Die Gasstauung vor der Kugel ist deutlich zu erkennen. Die Luft strömt in Wirbeln ab.

In Abb. 2c trifft der Luftstrom auf eine Kugel von 3,5 mm  $\varnothing$ . Die Randgebiete des Strömungswirbels werden dadurch gut sichtbar, daß in ihnen die Elektronenblitze einen längeren Absorptionsweg zurücklegen müssen. Bei den Aufnahmen 2a bis c betrug die Entfernung zwischen der Mitte der Strömung und dem Film  $P$  etwa 6 mm.

Schließlich läuft in Abb. 2d der Gasstrom in einen Winkel, dessen Mittellinie zur Strömungsachse parallel verschoben ist. Wir sehen ein Augenblicksbild der Dichteverteilung. In diesem Falle war die Mitte der Strömung 9 mm von dem Film  $P$  entfernt.

### Zusammenfassung

Eine Versuchsanordnung zur Abbildung von stationären oder schnell veränderlichen Gasströmungen mit Hilfe von Elektronenblitzen wird beschrieben. Elektronenblitzröhre ist nach einem schon vor einigen Jahren veröffentlichten Prinzip der Funktionsumkehrung einer Hochvakuum-Röntgenblitzröhre konstruiert. Als Gasströmung findet ein Luftstrominlet, der durch eine Lavaldüse in ein Vakuum eintritt, Verwendung. Die Gasdichte des Luftstroms, die Elektronenblitzen einer wirksamen Strahlspannung von 35 bis 40 kV und einer Zeitdauer von  $10^{-7}$  sec noch nachweisbar ist, liegt bei  $10^{-5}$  g/cm<sup>3</sup>. Aufnahmen über das Verhalten des Luftstroms und seiner Wirbel an verschiedenen Strömungshindernissen werden gezeigt.

**Literatur:** [1] SCHAAFFS, W., u. F. TRENDLENBURG: *Naturforsch.* **3a**, 656–668 (1948). — [2] SCHAAFFS, W.: *Ergebn. exakt. Naturw.* **28**, 1–46 (1954). — [3] SCHALL, G. THOMER: *Z. angew. Phys.* **3**, 41–44 (1951). — [4] HILMANN, K.H.: *Z. angew. Phys.* **10**, 349–356 (1958). — [5] SCHAAFFS, W.: *Z. Naturforsch.* **5a**, 132–136 (1950). — [6] SCHAAFFS, W.: Deutsches Bundespatent Nr. 840126 (1952). — [7] SCHOPPER, E., u. B. SCHUMACHER: *Z. Naturforsch.* **7**, 700–705 (1951). — [8] SCHUMACHER, B.: *Optik* **10**, 116–117 (1953). — [9] SCHUMACHER, B.: *Ann. Physik* (6) **13**, 404–405 (1953). — [10] MÜLLER-POUILLET: *Lehrbuch der Physik* Bd. III/1, 11. Aufl., S. 970. 1926.

Professor Dr. phil. WERNER SCHAAFFS  
Berlin-Siemensstadt, Rieppelstraße 2

Dipl.-Phys. MARTIN STREICH,  
Frankfurt a. Main, Kurhessenstraße 2

## Berichte

### Das Verhalten photographischer Schichten bei Elektronenbestrahlung (II)

Von H. FRIESER, E. KLEIN und E. ZEITLER

Mit 11 Textabbildungen

(Eingegangen am 14. März 1959)

Die Eigenschaften photographischer Schichten bei Elektronenbestrahlung wurden bereits in früheren Arbeiten theoretisch und experimentell untersucht [1], [2].

Durch Anwendung der Übertragungstheorie auf die elektronenmikroskopische Wiedergabe kleiner Details konnte eine neue Beziehung hergeleitet werden [2], die die Eigenschaften einer optimalen photographischen Schicht definieren läßt. Die Auswertung dieser Ergebnisse ist der Inhalt der vorliegenden Arbeit.

#### 1. Die Wiedergabe kleiner Details durch die photographische Platte

Als Objekt wird eine periodische Massenverteilung betrachtet. Auf die photographische Schicht trifft dann durch das elektronenoptische System des Mikroskopes eine ebenfalls periodisch verteilte Elektronenintensität. Die folgenden Betrachtungen nehmen ihren Ausgang bei dieser als gegeben betrachteten Intensitätsverteilung der belichtenden Elektronen. Auf die Modifikation des Elektronenstrahles nach Ver-

lassen des Objektes durch das elektronenoptische System wird in späteren Abschnitten teilweise eingegangen.

Die auf die photographische Platte auffallende periodische Intensitätsverteilung  $\hat{E}(x)$  wird einerseits charakterisiert durch die Aussteuerung  $\hat{p}$ , die gilt

$$\hat{p} = \frac{\hat{E}_{\max} - \hat{E}_{\min}}{\hat{E}_{\max} + \hat{E}_{\min}} = \frac{\text{Amplitude}}{\text{Mittelwert}}$$

und andererseits durch die Frequenz  $\nu$  (cm<sup>-1</sup>) bzw. sog. Rasterlänge  $r = 1/\nu$  (cm). (Das Zeichen  $\hat{E}$  denjenigen Größen vorbehalten, die von außen auf die Schicht aufgedrückt werden).  $\hat{E}$  ist die pro Längeneinheit auffallende Anzahl von Elektronen. (Belichtungszeit ist durch diese Definition berücksichtigt.) Die photographische Platte setzt eine Elektronenintensitätsverteilung in eine Schwärzungsverteilung um (Abb. 1b und 1c), die man an Hand der Schwärzungskurve  $S(E)$  des photographischen

angeben kann.

$$\hat{E}(x) \xrightarrow{S(E)} S(x). \quad (2)$$

Inneren idealen photographischen Schicht entspricht ein Intensitätsunterschied  $\Delta \hat{E}$  ein Schwärzungsunterschied  $\Delta S$ , auch Schwärzungs-*kontrast* genannt. Inneren realen Schicht verringert jedoch der *Elektronendiffusionshof* den erwarteten Schwärzungs-*kontrast*  $\Delta S$  kleiner Details.

Die Coulomb-Streuung der Elektronen an den Atomkernen der photographischen Schicht ist die Ursache des *Diffusionshofes*. Das Objektraster wird verwaschen abgebildet. Mit zunehmender Frequenz  $\nu$  nimmt der Kontrast im Bild immer mehr ab, da die Zwischenräume des Bildrasters auf Grund der Diffusion immer mehr aufgefüllt werden (Abb. 1d). Von einer gewissen Frequenz im Objekt ab kann im Bild keine Periodizität nicht mehr wahrgenommen werden. Dieser Kontrastminderung trägt man durch die Kontrastübertragungsfunktion  $F(\nu)$  Rechnung (s. weiter unten) [3], die für die jeweilige Frequenz als einfacher Faktor vor die Aussteuerung des aufgeprägten Intensitätsrasters tritt:

$$\hat{p} \longrightarrow p = F(\nu) \hat{p}, \quad (3)$$

und auch

$$\Delta \hat{S} \xrightarrow{F(\nu)} \Delta S. \quad (4)$$

Die körnige Struktur der Belichtung (Elektronen) und die photographische Schicht (entwickeltes Silber aus Silberhalogenidkörnern) hat bei der Registrierung statistische Schwankungen zur Folge, die sich dem Bild überlagern [4]. Die Schwankungen werden umso größer sein, je kleiner die pro Flächeneinheit auftretende Elektronenanzahl ist; außerdem wird die von einer Beobachtungsfläche erfaßte Kornzahl um so größer, je größer diese Fläche ist. Je größer die relative Schwankungen zeigen, je kleiner diese Fläche ist. Photographisch äußern sich diese Schwankungen als Schwärzungsschwankungen, deren mittlere quadratische Abweichung  $\Delta S^2$  vom Schwärzungsmittelwert einer gleichmäßig belichteten Schicht ein Maß für die sog. *Körnigkeit* liefert. Eine anschauliche Darstellung dieser Verhältnisse findet man in Abb. 1e.

Für die Erkennbarkeit eines Rasters ergibt sich aus dem Gesagten die Bedingung, daß der durch die Elektronendiffusion bereits verminderte Schwärzungs-*kontrast*  $\Delta S$  immer noch größer als die statistische Schwärzungsschwankung  $\sqrt{\Delta S^2}$  sein muß. Aus physikalischen Gründen fordert man

$$\Delta S \geq q \sqrt{\Delta S^2}. \quad (5)$$

Da die deutliche Erkennbarkeit eines Rasters wurde experimentell  $q = 5$  gefunden.

# Der Zusammenhang zwischen den Eigenschaften der photographischen Schicht und dem aufzulösenden Rasterabstand

Um zu konkreten Angaben über die Eigenschaften photographischer Materialien zu gelangen, sollen im folgenden zunächst die quantitativen Verknüpfungen zwischen den oben eingeführten Größen zusammengestellt werden; die genaue theoretische Ableitung findet sich in [2].

## 1. Schwärzung, Empfindlichkeit und Reichweite der Elektronen

Den Zusammenhang zwischen Schwärzung der photographischen Schicht und den pro Flächeneinheit aufgefallenen Elektronen liefert eine einfache Exponentialfunktion:

$$S = S_{\max} (1 - e^{-K E}), \quad (6)$$

die sich für kleine Werte von  $K E$  als linearer Ausdruck schreiben läßt:

$$S = S_{\max} K E. \quad (7)$$

Im Bereich der Praxis ist diese Näherung weitgehend anwendbar. Die Empfindlichkeit der Schicht wird

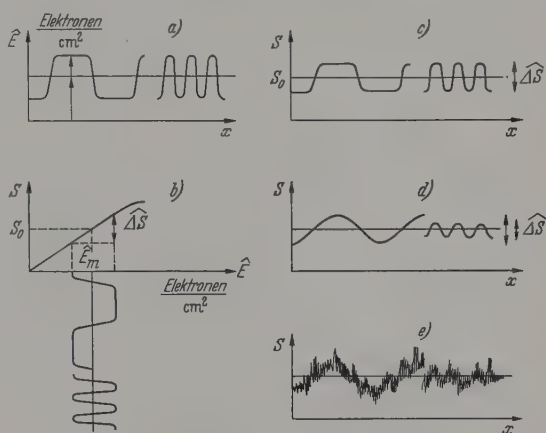


Abb. 1a–e. Die Wiedergabe einer Elektronenintensitätsverteilung durch die photographische Schicht. a Auf die Schicht auffallende Elektronenintensitätsverteilung; b u. c die Schwärzungsverteilung ohne Berücksichtigung des Diffusionshofes und der Körnigkeit; d der Einfluß des Diffusionshofes; e die Überlagerung der Körnigkeit

definiert durch

$$\varepsilon = \left( \frac{dS}{dE} \right)_{E \rightarrow 0} = K S_{\max}, \quad (8)$$

so daß für die lineare Näherung gilt:

$$S = \varepsilon E. \quad (9)$$

Für den Zusammenhang zwischen Schwärzung und der Anzahl der entwickelten Körner  $N$  pro Flächeneinheit gilt ebenfalls ein linearer Ausdruck [5].

$$S = \frac{1}{2,3} N \bar{f}_e, \quad (10)$$

wobei  $\bar{f}_e$  das arithmetische Mittel der Projektionsflächen der entwickelten Körner bedeutet.

Führt man  $\varphi$  als die Anzahl der Körner ein, die ein einzelnes Elektron entwickelbar macht („Kornausbeute“), so wird

$$S = \frac{1}{2,3} \varphi E \bar{f}_e, \quad (11)$$

und die Empfindlichkeit

$$\varepsilon = \frac{1}{2,3} \varphi \bar{f}_e. \quad (12)$$

Die Empfindlichkeit ist um so höher, je größer die entwickelte Kornfläche ist und je mehr Körner ein Elektron entwickelbar macht. Die Kornausbeute  $\varphi$  ist einerseits von der Energie  $e U$  (Spannung) des



Elektrons, andererseits von den Eigenschaften der photographischen Platte wie Silbermenge pro Flächeneinheit, Dichte der Emulsion  $\varrho_{Em}$ , Korngröße und Reifzustand abhängig.

Speziell wird  $\varphi$  zunehmen, wenn durch Erhöhung der Schichtdicke  $h$  das Elektron einen größeren Bruchteil seiner Reichweite  $h^*$  in der Schicht zurücklegen kann. In einem empirisch gefundenen Zusammenhang zwischen der relativen Empfindlichkeit  $\varepsilon(h)/\varepsilon(h^*)$  und der Schichtdicke  $h$  tritt deshalb nur das Verhältnis  $h/h^*$  auf:

$$1 - \frac{\varepsilon(h)}{\varepsilon(h^*)} = \left(1 - \frac{h}{h^*}\right)^2, \quad (13)$$

wobei nach GLOCKER [6] die Reichweite  $h^*$  gegeben ist als

$$h^* = \frac{1}{\varrho_{Em}} \left( -0,065 + \sqrt{0,065^2 + \frac{U^2 \cdot 10^{-6}}{4,4}} \right), \quad (14)$$

( $h^*$  in  $\mu$ ,  $U$  in kV).

## 2. Der Elektronendiffusionshof

Belichtet man einen Spalt der Breite  $dx$  mit der Intensität eins auf, so erhält man wegen der Diffusion der Elektronen in der Schicht eine Schwärzungsverteilung, wie man sie ohne Streuung durch Aufbelichten einer Intensitätsverteilung

$$\Phi(x) dx = \frac{2,3}{k} 10^{-\frac{2|x|}{k}} dx \quad (15)$$

erhalten hätte.  $\Phi(x)$  nennt man die Verwaschungsfunktion. Im Fall einer linearen Schwärzungskurve

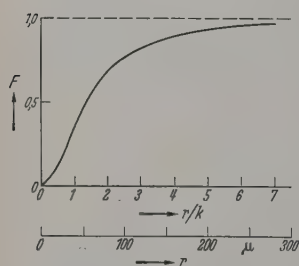


Abb. 2. Die Kontrastübertragungsfunktion  $F(v)$  für Elektronenbelichtung,  $r$ -Skala für  $k = 40 \mu$

entspricht die Schwärzungsverteilung eines sehr schmalen aufgedrückten Spaltes direkt der Verwaschungsfunktion. Die Konstante  $k$  beschreibt die Breite des Diffusionsaaumes ( $1/10$  Wertbreite). Bei den in der Praxis verwendeten Platten liegt  $k$  in der Größenordnung 30 bis  $50 \mu$ .  $k$  ist für Elektronenbestrahlung von der Packungsdichte der

Emulsion und der Energie der Elektronen, nicht aber von der Korngröße abhängig.

Die Kontrastverminderung wird um so höher sein, je breiter die Verwaschung im Vergleich zu der Periodenlänge  $r$  eines aufbelichteten Rasters ist. Den Zusammenhang zwischen der Verwaschungsfunktion und der Kontrastübertragungsfunktion liefert die Übertragungstheorie [3].  $F(v)$  ist einfach die Fourier-transformierte von  $\Phi(x)$  und umgekehrt (s. auch [12], Gl. (9)).

$$F(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x) \cos 2\pi v x dx = \frac{1}{1 + \left(\frac{\pi}{2,3} k v\right)^2},$$

oder mit  $v = 1/r$ ,

$$F\left(\frac{r}{k}\right) = \frac{0,54}{0,54 + \left(\frac{k}{r}\right)^2}. \quad (16)$$

Die Kontrastübertragungsfunktion, welche die Verringerung der Aussteuerung einer sinusförmigen Expositionsverteilung angibt, hängt also, wie erwartet, nur von dem Verhältnis der beiden Längen  $k$  und  $r$  ab. Abb. 2 zeigt die Übertragungsfunktion als Funktion von  $r/k$ .

Wegen des linearen Zusammenhanges zwischen Schwärzung und Belichtung [Gl. (9)] ergibt sich ein Kontrast  $\hat{\Delta S}$  (ohne Diffusionshof)

$$\hat{\Delta S} = \varepsilon \hat{\Delta E} = 2 \hat{p} S_0 \quad (\text{s. Abb. 1}),$$

wobei  $S_0 = \varepsilon \frac{E_{\max} + E_{\min}}{2}$  ist.

Die Elektronendiffusion verringert die aufgeprägte Aussteuerung  $\hat{p}$  auf  $F(v) \cdot \hat{p}$ .

Als wesentliches Ergebnis dieses Abschnittes erhält man also für den „realen“ Kontrast  $\Delta S$

$$\Delta S = 2 F(v) \hat{p} S_0.$$

## 3. Die Körnigkeit

### a) Die mittlere quadratische Schwärzungsschwankung

Ist bei der Registrierung der Schwärzungsschwankung die Anzahl  $Z$  der schwärzenden Elemente, von der Meßfläche  $A$  erfaßt wird, groß, so kann Schwankung mit Hilfe des Wurzelgesetzes der Statistik direkt angegeben werden

$$\sqrt{\overline{\Delta Z^2}} = \sqrt{Z}.$$

Bei einer Lichtbelichtung sind die schwärzenden Elemente die in der Schicht statistisch verteilten Silberkörner. Ist Gl. (19) anwendbar, so folgt aus Gl. (19) unmittelbar

$$(\overline{\Delta S^2})_{\text{Licht}} = \frac{1}{2,3} \frac{\bar{f}_e}{A} S.$$

Die Eigenart der Elektronenbelichtung besteht darin, daß die schwärzenden Elemente Kornhaufen sind; ein Elektron macht  $\varphi$  unmittelbar benachbarte Körner entwickelbar ( $\varphi > 1$ ,  $\varphi$  liegt zwischen 10 und 80, siehe die Meßergebnisse in [2]). Es besteht natürlich wiederum eine statistische Verteilung der Kornhaufen in der Schicht, die Anwendbarkeit des Wurzelgesetzes ist hier jedoch erst für größere Meßflächen gegeben.

Wegen der Zusammenfassung von  $\varphi$  Körnern in einem Element sind dann die Schwankungen für eine vorgegebene Schwärzung angenähert  $\varphi$  mal größer als bei einer Lichtbelichtung. Eine einfache Rechnung ergibt

$$(\overline{\Delta S^2})_{\text{Elektr.}} = (\varphi + 1) (\overline{\Delta S^2})_{\text{Licht}}.$$

Der wesentliche Unterschied zwischen Gl. (20) und Gl. (21) besteht in dem Gültigkeitsbereich hinsichtlich der Meßfläche. Beiden Formeln ist jedoch gemeinsam, daß die Schwankungen mit zunehmender Meßfläche abnehmen.

Verwendet man Meßflächen, die klein sind gegenüber der Ausdehnung des Kornhaufens, so wird Einzelkorn als schwärzendes Element in den Vor-

treten; die kleinen Schwankungen, die das Einleuchten verursacht, kommen häufiger als die großen Schwankungen der Kornhaufen vor, so daß der Gesamtwert der Schwankungen gedrückt wird. Vergleicht man zwei Schichten gleicher Schwärzung von denen eine mit Licht und eine mit Elektronen belichtet ist, so ist die Schwärzungsschwankung der mit Elektronen belichteten Schicht größer als diejenige der mit Licht belichteten Schicht; dieser Unterschied wird für große Meßflächen immer größer und kann maximal 4 betragen.

$$(\overline{\Delta S^2})_L < (\overline{\Delta S^2})_E \leq (\varphi + 1) (\overline{\Delta S^2})_L. \quad (22)$$

In praktischen Auswertung sei die Schwärzungsschwankung für Elektronen als der Bruchteil der maximal erreichbaren Schwärzungsschwankung ausgedrückt; aus der Ungleichung (22) wird

$$(\overline{\Delta S^2})_E = \beta^2 \varphi (\overline{\Delta S^2})_L = \frac{1}{2,3} \beta^2 \varphi \frac{\bar{I}_e}{A} \beta^2 \quad (23)$$

$$\beta \leq 1 \text{ und } (\varphi + 1) \approx \varphi.$$

Nach den obigen Überlegungen muß  $\beta$  von der Meßfläche  $A$  und der Kornausbeute  $\varphi$  abhängig sein, weil das zur Ableitung der Größe  $\varphi (\overline{\Delta S^2})_L$  benutzte Wurzelgesetz erst bei großen Meßflächen gültig wird:

$$\beta(A, \varphi) \rightarrow 1 \quad \text{für großes } A,$$

$$\beta(A, \varphi) \rightarrow 0 \quad \text{für kleines } \varphi.$$

#### Die experimentelle Bestimmung der $\beta$ -Funktion

Die Untersuchungen wurden an zwei verschiedenen Emulsionen, einer feinkörnigen und einer grobkörnigen durchgeführt, die verschieden dick vergossen waren. Die Daten sind in der Tabelle zusammengestellt.

Belichtungszeit	Mittlerer Korndurchmesser [μ]	Auftrag [g Ag/cm <sup>2</sup> ]	Schichtdicke [μ]	$\epsilon = S/\bar{I}_e$ [cm <sup>2</sup> /Coulomb]	$\varphi$
0,35	2,2 · 10 <sup>-4</sup>	3,6	1,7 · 10 <sup>10</sup>	5,5	
	3,3	5,3	2,9	10,1	
	7,4	11,5	8,3	29,6	
	12,7	20,0	12,0	48,2	
1,1	2,5	8,6	12,0	5,1	
	4,2	12,0	22,0	—	
	12,2	32,2	110,0	34,6	

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist, die Gl. (5) in Abhängigkeit von der Beobachtungsfläche auszuwerten. Durch das Einführen der  $\beta$ -Funktion wurde erreicht, daß die wichtigsten experimentellen Parameter des photographischen Materials ( $\epsilon$ ), der Belichtung ( $S$ ) und der Registrierung ( $A$ ) explizit in dem Ausdruck für die Körnigkeit auftreten. Darüber hinausgehende Abhängigkeiten sind in der  $\beta$ -Funktion enthalten; sie erfordern allerdings eine experimentelle Bestimmung.

$$\beta^2 = \frac{(\overline{\Delta S^2})_E}{\epsilon A} = \frac{(\overline{\Delta S^2})_E A}{S^2}. \quad (24)$$

In dieser Gleichung auftretenden Größen sind experimentell leicht zugänglich. Zur Bestimmung von  $(\overline{\Delta S^2})_E$  wird die Schwärzung einer gleichmäßig mit

Elektronen belichteten und entwickelten Probe an etwa 200 verschiedenen Stellen mit einem Mikrophotometer gemessen; die Meßfläche hat die Größe  $A$ .

Die erhaltenen Schwärzungswerte werden in Summenhäufigkeitspapier eingetragen (Ordinate nach dem Gauß-Integral geteilt); aus dieser Darstellung

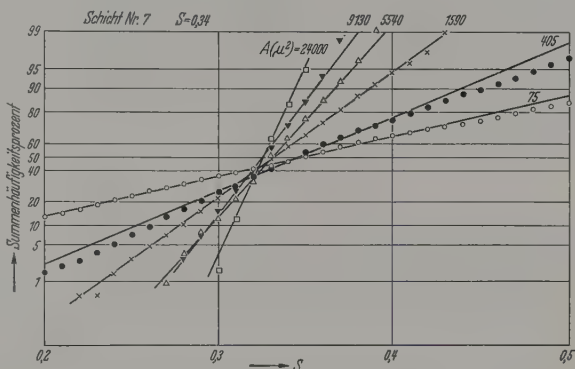


Abb. 3. Die Summenhäufigkeit der Schwärzungsschwankungen für verschiedene Meßflächen (Schicht Nr. 7)

kann die mittlere quadratische Schwankung (Streuung) unmittelbar entnommen werden. Solche Messungen werden mit verschiedenen großen Meßflächen durchgeführt.

Das in Abb. 3 eingetragene Beispiel (Schicht Nr. 7) läßt als mittlere quadratische Schwankung für die einzelnen Meßflächen folgende Werte entnehmen:

$A [\mu^2]$	$(\overline{\Delta S^2})_E$	$(\overline{\Delta S^2})_E A [\mu^2]$
72	$162 \cdot 10^{-4}$	1,165
405	$44 \cdot 10^{-4}$	1,78
1590	$18 \cdot 10^{-4}$	2,86
5540	$7 \cdot 10^{-4}$	3,88
7130	$5 \cdot 10^{-4}$	3,56
24000	$2 \cdot 10^{-4}$	4,8

Die noch verbleibenden Größen  $S$  und  $E$  sind durch die Schwärzungskurven des jeweiligen Materials verknüpft und können leicht angegeben werden ( $S/E = \epsilon$ ).

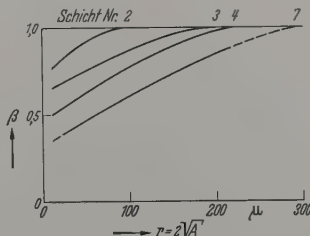


Abb. 4. Die  $\beta$ -Funktion für verschiedene Schichten

Abb. 4 zeigt nach Gl. (24) gewonnene  $\beta$ -Funktionen. Als Abszissenmaßstab wurde aus theoretischen Gründen  $2/\sqrt{A}$  verwendet [vgl. Gl. (22)]. Die Kurven stimmen mit dem theoretisch erwarteten Verlauf überein. Der Wert  $\beta = 1$  wird um so schneller erreicht, je kleiner  $\varphi = \frac{2,3 \epsilon}{\bar{I}_e}$  ist. (Durch die Einführung der Empfindlichkeit in Gl. (23) wurde die experimentell schwierige Bestimmung der Größe des entwickelten Kornes umgangen.)



### c) Das Schwingungsspektrum

Eine detaillierte Beschreibung der Körnigkeit erhält man durch das Schwingungsspektrum [2], [3], [4]. Man zerlegt die Schwingungen einer gleichmäßig belichteten Schicht nach FOURIER in periodische Schwingungen. Das Schwingungsspektrum  $n(\nu)$  gibt dann den Beitrag an, den eine periodische Schwingung bestimmter Frequenz bei der Registrierung mit einer Meßfläche zu dem Schwingungsmittelwert liefert. Das Integral über das Schwingungsspektrum ist demnach direkt proportional zur mittleren Schwärzungsschwankung [13].

$$\overline{\Delta S^2} = 2 \int_0^\infty n(\vec{\nu}) d\nu. \quad (25)$$

$\vec{\nu}$  bedeutet den Vektor der Raumfrequenz mit den Komponenten  $\nu_1$  und  $\nu_2$ . Da die photographische Schicht zweidimensional ist, wird ein Punkt auf ihr durch den Ortsvektor  $\vec{y}$  gekennzeichnet. Entsprechend muß bei der Fourier-Transformation ein Frequenzvektor verwendet werden.

Die Gl. (25) gilt aber nur, wenn die Meßfläche keinen Einfluß auf das Resultat hat. Die Größe der Meßfläche wirkt sich wie oben gezeigt wurde auf die mittlere Schwingung aus. Sie muß demnach auch auf das Schwingungsspektrum von Einfluß sein. Gl. (25) wird also nur gelten, wenn  $n(\vec{\nu})$  nur in dem Frequenzgebiet von Null verschieden ist, in dem kein Einfluß durch die Meßfläche vorhanden ist.

Der Einfluß der Meßfläche läßt sich leicht berücksichtigen, wenn die Kontrastübertragungsfunktion bzw. die „Filterfunktion“ der Meßfläche  $\tilde{u}(\vec{\nu})$  bekannt ist. Diese ist gleich der Fourier-Transformierten der auf die Gesamtdurchlässigkeit bezogenen Transparenzfunktion der Meßfläche  $u(\vec{y})$ .  $\vec{y}$  ist der Ortsvektor auf der Meßfläche. Bedeutet  $w(\vec{y})$  die Transparenz der Meßfläche, so gilt

$$u(\vec{y}) = \frac{w(\vec{y})}{\iint_{-\infty}^{+\infty} w(\vec{y}') d y_1 d y_2}.$$

Für die mittlere Schwärzungsschwankung ergibt sich dann

$$(\overline{\Delta S})^2 = \iint_{-\infty}^{+\infty} n(\vec{\nu}) |\tilde{u}(\vec{\nu})|^2 d\nu_1 d\nu_2. \quad (26)$$

Wegen der Isotropie der photographischen Schicht gilt

$$\nu^2 = \nu_1^2 + \nu_2^2,$$

und man erhält nach R. C. JONES [13] für eine kreisförmige Meßfläche mit dem Radius  $a$  und eine nur innerhalb der Fläche von Null verschiedene und dort konstante Transparenz

$$(\overline{\Delta S})^2 = \frac{2}{\pi a^2} \int_0^\infty J_1^2(2\pi \nu a) n(\nu) \frac{d\nu}{\nu}.$$

( $J_1$  Bessel-Funktion erster Ordnung).

Für einen Rechteckspalt mit den Seiten  $b_1$  und  $b_2$  gilt (die Richtungen von  $b_1$  und  $b_2$  entsprechen den Richtungen der Komponenten  $\nu_1$  und  $\nu_2$ ):

$$(\overline{\Delta S})^2 = \iint_{-\infty}^{+\infty} n(\nu) \left| \frac{\sin(\pi \nu_1 b_1)}{\pi \nu_1 b_1} \frac{\sin(\pi \nu_2 b_2)}{\pi \nu_2 b_2} \right|^2 d\nu_1 d\nu_2.$$

Für  $n(\nu)$  leitet R. C. JONES [13] unter Voraussetzung kreisförmiger Elemente mit dem Durchmesser  $d$  folgende Gleichung ab

$$n(\nu) = \frac{\pi}{2,3} d^2 S (1 - \tau) \left[ \frac{J_1(\pi \nu d)}{\pi \nu d} \right]^2.$$

$\tau$  ist die Transparenz eines Einzelementes. Sie ist bei einzelnen Silberkörnern gleich null.

Sind die Silberkörner statistisch verteilt, stellen sie also das Element der Kornstruktur dar, so wird lange  $\nu$  viel kleiner als  $1/d_K$  ist, d. h. kleiner als etwa  $d_K$ ,  $n(\nu)$  unabhängig von  $\nu$  sein („weißes Rauschen“ wie aus obiger Formel folgt. Sind jedoch Kornanordnungen in der Schicht vorhanden, was wie erwähnt unter anderem bei Elektronen- und Röntgenexpositionen vorkommt, so ist das Element der Kornstruktur nicht mehr das Einzelkorn, sondern der Kornhaufen mit dem Durchmesser  $d_H$ . Da  $d_H$  beträchtlich größer als  $d_K$  ist, wird die Unabhängigkeit von  $n(\nu)$  von  $\nu$  nur bis zu wesentlich kleineren Werten von  $\nu$  vorhanden sein.  $n_E(\nu)$  wird sich additiv aus  $n_K(\nu)$  für Einzelkorn und  $n_H(\nu)$  für den Kornhaufen additiv zusammensetzen:

$$n_E(\nu) = \frac{\pi}{2,3} S \left\{ d_H^2 (1 - \tau_H) \left( \frac{J_1(\pi \nu d_H)}{\pi \nu d_H} \right)^2 + d_K^2 \left( \frac{J_1(\pi \nu d_K)}{\pi \nu d_K} \right)^2 \right\}.$$

Wegen den früher angestellten Überlegungen [Gl. (10) und (11)] und wenn man die Kornhaufen vom Durchmesser  $d_H$  und der Transparenz  $\tau_H$  als Elemente faßt, ist aber

$$d_H (1 - \tau_H) = \varphi d_K;$$

damit gilt

$$n_E(\nu) = \frac{\pi}{2,3} S d_K^2 \left\{ \varphi \left( \frac{J_1(\pi \nu d_H)}{\pi \nu d_H} \right)^2 + \left( \frac{J_1(\pi \nu d_K)}{\pi \nu d_K} \right)^2 \right\}.$$

Der Wert von  $d_H$  kann aus der Lage der Nullstellen von  $n_H(\nu)$  experimentell angenähert ermittelt werden. Mit Gl. (26) erhält man ohne weiteres  $(\overline{\Delta S})^2$ . Ist die Meßfläche so groß, daß die Filterfunktion  $\tilde{u}(\vec{\nu})$  nur dem Frequenzgebiet von Null verschieden ist, so gilt  $n(\vec{\nu})$  konstant und gleich  $n$  ist, so gilt

$$(\overline{\Delta S})^2 A = n_E = n_K (\varphi + 1) = (\overline{\Delta S})_K^2 (\varphi + 1).$$

Ist die Meßfläche klein, so wird auch  $(\overline{\Delta S})^2 A < n_K (\varphi + 1)$  und es ergibt sich unmittelbar die Bedeutung von  $\beta$

$$\beta = \frac{(\overline{\Delta S})_E^2 A}{n_K (\varphi + 1)}.$$

### d) Einige experimentell bestimmte Schwingungsspektren

In Abb. 5 ist das spezifische Schwingungsspektrum  $n(\nu)$  für Licht- und Elektronenbelichtung Schicht Nr. 7 dargestellt. Alle Kurven in Abb. 5 beziehen sich auf eine Schwärzung der Schichten von (durch Interpolation aus Messungen bei verschiedenen Schwärzungen gewonnen). Das Elektronenschwingungsspektrum zeigt das ausgeprägte Absinken mit steigender Frequenz; im Gebiet sehr kleiner Frequenzen, wo auch für Elektronenbelichtung weißes Rauschen auftritt, kann aus experimentellen Gründen nicht mehr gemessen werden. Das Schwingungsspektrum für Lichtbelichtung zeigt nur einen geringen

Quenzgang (der übrigens bei feinkörnigeren Emulsionen praktisch vollkommen verschwindet. Weiter ist ersichtlich, daß mit steigendem Silberauftrag das Schwingungsspektrum zu höheren Werten verformt wird; durch die steigende Kornausbeute  $\varphi$  nämlich die Kornhaufenbildung ausgeprägter (Abb. 6, Parameter Silberauftrag).

In Abb. 6 ist der Einfluß der Korngröße auf das Schwingungsspektrum wiedergegeben. Erwartungsgemäß liegen die Kurven für die Schichten 1 bis 4 (mit den feineren Körnern unter denen der Schichten 5 bis 7).

#### 4. Rasterabstand und maximal zulässige Empfindlichkeit der photographischen Schicht

Soll bei einer Vergrößerung  $v$  die Rasterlänge  $r_0$  des periodischen Objektes wiedergegeben werden (Periodenlänge im Bild also  $r_0 v$ ), so muß entsprechend Gl. (5) der durch die Elektronendiffusion verminderte Kontrast  $\Delta S$  die Körnigkeitsschwankung mindestens gleich übertreffen

$$\Delta S \geq q \sqrt{(\Delta S^2)_E}. \quad (27)$$

Darüber muß der Wert von  $\Delta S$  über 0,02 liegen, damit das Raster visuell deutlich erkennbar ist.

Da die Körnigkeit um so größer ist, je höher die Empfindlichkeit des photographischen Materials ist, so läßt sich nach Gl. (27) eben noch zulässige Empfindlichkeit  $\varepsilon^*$  bestimmt werden. Man ist an der Kenntnis der Anwendung dieser Grenzemfindlichkeit interessiert, weil aus Gründen der Objektveränderung und Verwacklung während der Belichtung die kürzeste Belichtungszeit am günstigsten ist.

Tastet man das Objekt mit einer Fläche  $A$  ab, deren Seitenlänge der halben Periodenlänge  $\frac{r_0 v}{2}$  im Bild entspricht, so schreibt sich mit Gl. (18) und (23) die Bedingung für die Wiedergabe eines Objektrasters nach Gl. (27):

$$4F^2 \left( \frac{1}{r_0 v} \right) \hat{p}^2 S_0^2 \geq \frac{4q^2 \beta^2 (r_0 v) \varepsilon^* S_0}{r_0^2 v^2}, \quad (28)$$

oder als Gleichung nach dem interessierenden  $\varepsilon^*$  aufgeschrieben

$$\varepsilon^* = \frac{F^2 \left( \frac{1}{r_0 v} \right) \hat{p}^2 r_0^2 v^2 S_0}{q^2 \beta^2 (r_0 v)}. \quad (29)$$

Wichtig ist beim Übergang von Gl. (27) nach Gl. (28) die Anpassung der Meßfläche  $A$  an die im Bild wiedergegebene Rasterlänge  $r_0 v = r$ ,  $A = \left( \frac{r_0 v}{2} \right)^2$ .

#### a) Nomogramm zur Bestimmung der maximal zulässigen Empfindlichkeit

Die zulässige Empfindlichkeit  $\varepsilon^*$  wird einerseits durch Daten des Objektes, andererseits von photographischen Daten festgelegt. Um den mannigfaltigen Einfluß der einzelnen Größen klar zu übersehen und  $\varepsilon^*$  einfach bestimmen zu können, ist Formel (29) in einem Nomogramm dargestellt (Abb. 7 und 8).

Das Objekt bestimmt die Rasterlänge  $r_0$  und die Vergrößerung  $\hat{p}$ . Der Film bestimmt die Übertragungsfunktion (Diffusionskonstante  $k$ ) und die Körnigkeit ( $\beta, \Delta S^2$ ). Frei wählbar ist nur die Vergrößerung

$v$  und die mittlere Schwärzung (bzw. Belichtung), die hier mit  $S=1$  als optimal festgelegt wird.

Die Handhabung des Nomogrammes erklärt sich am einfachsten an einem praktischen Beispiel, das in Abb. 7 (für 80 kV) auch eingezeichnet ist ( $v=10^3$ ,  $r=5 \text{ \AA}$ ,  $\hat{p}=0,1$ ,  $S=1$ ,  $k=30$ ,  $q=5$ ). Man beginnt

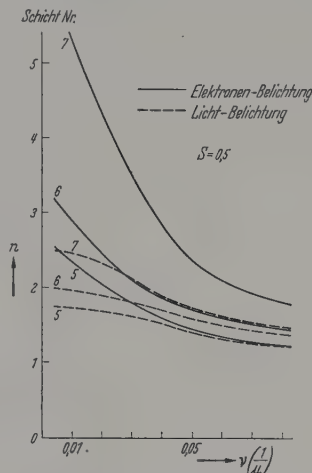


Abb. 5. Das Schwingungsspektrum für Licht- und Elektronenbelichtung (80 kV) (Parameter: Schichtdicke)

im dritten Quadranten mit einer Senkrechten bei  $v=10^3$ , spiegelt diese Linie an der Winkelhalbierenden  $r_0=5 \text{ \AA}$ . An der Ordinate des dritten Quadranten

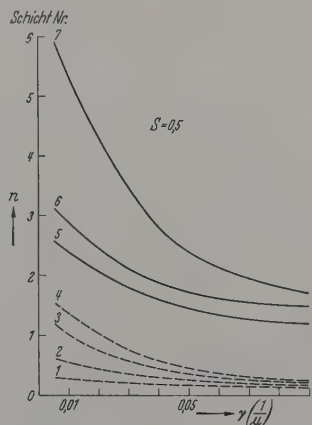


Abb. 6. Das Schwingungsspektrum für feinkörnige (1 bis 4) und grobkörnige Schichten (80 kV Elektronenbelichtung), (Parameter: Silberauftrag)

ergibt sich dann die Periodenlänge im Bild  $r_0 v = 0,5 \cdot 10^3 \mu$ . Die Fortführung der Linie und Spiegelung an der im vierten Quadranten eingezeichneten Kurve [ $\beta(r)$  für Schicht Nr. 7 nach Abb. 4,  $F(r/k)$  nach Abb. 3] läßt an der Ordinate die zulässige Empfindlichkeit für 100%ige Aussteuerung ( $\hat{p}=1$ ) ablesen. Die wirklich vorliegende bzw. abgeschätzte Aussteuerung wird durch Spiegelung an den entsprechenden Geraden im ersten Quadranten berücksichtigt. Die Ordinate zeigt dann die gewünschten zulässigen Empfindlichkeiten  $\varepsilon^*$ . Zusätzlich wurde im zweiten Quadranten noch die zu  $\varepsilon^*$  gehörende Ladungsdichte





### b) Die Objektbelastung

Während der Energieverlust, den die Elektronen beim Durchgang durch das Objekt erleiden, wird dem Objekt Energie zugeführt. Die Aufnahmebedingungen müssen so gewählt werden, daß Veränderungen am Objekt durch diese Energiezufuhr tragbar bleiben.

Es wird daher eine Angabe über den Zusammenhang zwischen Objektbelastung und Empfindlichkeit photographischer Materials interessant sein.

Venn  $S_0$  die für die Aufnahme zu fordernde Belichtungsstärke ist, muß eine Ladungsdichte  $E = S_0/e$  [Coul/cm<sup>2</sup>] auf die Photoplatte fallen. Die Ladungsdichte im Objekt erhöht sich um das Quadrat der relativen Vergrößerung zu

$$Q = \frac{v^2 S_0}{\varepsilon} \left[ \frac{\text{Coul}}{\text{cm}^2} \right]. \quad (30)$$

Die Größe stellt eine untere Grenze dar, da solche Elektronen, die wegen der Streuung nicht auf die Platte fallen (und hier nicht mitgerechnet werden), noch Energie im Objekt abgeben. Der Energieverlust  $\Delta U$  in einem Objekt der Dicke  $t$  (g/cm<sup>2</sup>) wird folgendes nach COSSLETT [7] mit Hilfe des Thomson-Widdingtonschen Gesetzes zu

$$\Delta U = a \frac{Z}{A} \frac{t}{2U} \quad (31)$$

erschlagen.

$U$  ist die Strahlspannung. Für den Spannungsbezug der praktischen Elektronenmikroskopie ergibt sich  $a = 8 \cdot 10^{11} \left( \text{Volt}^2 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \right)$ . Außerdem kann man für das Verhältnis von Ordnungs- zu Atomzahl mit guter Näherung  $1/2$  setzen.

Die Objektbelastung  $B$  folgt dann zu

$$B = Q \Delta U = \frac{v^2 S_0}{\varepsilon} \frac{at}{4U} \quad [\text{Watt sec}] \quad (32)$$

Er, wenn man die spezifische Belastung  $B/t = b$  einsetzt:

$$b = \frac{v^2 S_0}{\varepsilon} \frac{a}{4U} \left[ \frac{\text{Watt sec}}{\text{g/cm}^2} \right]. \quad (33)$$

Man soll jetzt die praktische Frage diskutiert werden, welcher Rasterabstand bei vorgegebener Objektbelastung wiedergegeben werden kann. Setzt man die spezifische Objektbelastung, die als konstant vorgegeben betrachtet wird, in die Bedingungsgleichung (27) die Erkennbarkeit des Rasterabstandes  $r = r_0 v$  ein, ergibt sich mit (23), (16) und (18):

$$F\left(\frac{1}{r}\right) \hat{p} \left| \frac{4\bar{U}}{a} \right| b = \frac{q\beta}{r}. \quad (34)$$

Die kubische Gleichung [er tritt nach (16) quadratisch der Übertragungsfunktion  $F(1/r)$  auf], die nur eine reelle Wurzel hat, läßt sich nach Umschreiben graphisch einfach diskutieren:

$$\frac{r-R}{RK^2} = \frac{1}{r^2}, \quad \text{mit} \quad R = \frac{q\beta\sqrt{a}}{2\sqrt{U}b\beta}$$

$$\text{und} \quad K^2 = \left( \frac{\pi k}{2,3v} \right)^2.$$

Wählt man die Funktionen  $g = \frac{r-R}{RK^2}$  und  $h = \frac{1}{r^2}$  graphisch auf (Abb. 10), so erhält man die Lösung als Schnittpunkt der Geraden  $g$  mit der Hyperbel  $h$ .

Je größer die Objektbelastung, d.h. je kleiner  $R$ , desto kleiner wird der minimal wiedergebbare Rasterabstand  $r$ . In der graphischen Darstellung äußert sich dies durch Wandern des Schnittpunktes von  $g$  mit der Abszisse zu kleineren Werten. Dieses Ergebnis ist verständlich. Eine größere Objektbelastung erlaubt nämlich zur Anfertigung eines „Normbildes“ die Verwendung einer unempfindlicheren Schicht, die wegen des geringeren Rauschens eine bessere Wiedergabe zeigt.

Eine Verringerung der  $k$ -Zahl bewirkt ebenfalls eine Verkleinerung von  $r$ . In der graphischen Darstellung ist nämlich der Ordinatenabschnitt von  $g$  proportional zu  $v^2/k^2$ ; eine Veränderung von  $k$  bewirkt demnach eine Drehung der Geraden  $g$  um den Abszissenpunkt  $R$ .

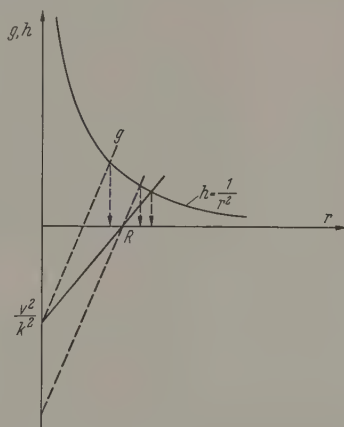


Abb. 10. Schematische Darstellung für den Zusammenhang zwischen Objektbelastung und Rasterlänge

Eine Erhöhung des Vergrößerungsmaßstabes  $v$  wirkt im gleichen Sinne wie eine Verkleinerung der Diffusionszahl  $k$ .

Entsprechend der vorausgesetzten konstanten Objektbelastung kann eine Vergrößerung des Abbildungsmaßstabes jedoch nur in Verbindung mit einer Erhöhung der Empfindlichkeit des photographischen Materials erfolgen.

Eine Erhöhung der Spannung  $U$  verschiebt  $R$  zu größeren Werten. Im Nenner von  $R$  erhöht sich zwar einerseits die Wurzel aus  $U$ , andererseits wird jedoch die durch das Objekt verursachte Aussteuerung  $\hat{p}$  annähernd proportional  $U$  kleiner, so daß eine Abnahme des Nenners resultiert. Hinzu kommt, daß im Zähler die spannungsabhängige Größe  $\beta$  erhöht wird, mindestens jedoch konstant bleibt. Da die Spannungserhöhung andererseits eine Empfindlichkeitssteigerung der photographischen Schicht zur Folge hat, kann bei konstanter Objektbelastung die Vergrößerung erhöht werden. Die Gerade  $g$  wird steiler. Eine zusätzliche Verbesserung der Auflösung bewirkt die wegen der höheren Spannung geringere Elektronendiffusionszahl  $k$ .

Die Spannungserhöhung hat also zwei gegeneinander gerichtete Effekte zur Folge. Welcher der beiden Effekte überwiegt, kann nur experimentell geklärt werden. (Schon in der qualitativen Zeichnung kann man sehen, daß zur Abschätzung dieser beiden gegenläufigen Prozesse der absolute Wert von  $R$  wichtig ist.)



Es sollte die graphische Darstellung nur als Mittel zur vereinfachten Diskussion der verschiedenen Parameter, die den minimalen Rasterabstand bestimmen, angewendet werden.

c) Die Aussteuerung  $\hat{p}$   
der auf die Photoplatte fallenden Intensität

In diesem Abschnitt soll ein Überblick über die Effekte gegeben werden, die für Intensitätsmodulation bei der Durchstrahlung eines Objektes im Elektronenmikroskop verantwortlich sind. An Hand von Beispielen wird die Anwendbarkeit der obengenannten Formeln gezeigt.

Die Theorie von UYEDA [8] läßt die Bildentstehung im Elektronenmikroskop in direkter Analogie zu den Effekten im Lichtmikroskop einheitlich interpretieren.

Der Anteil der im Objekt inkohärent gestreuten Elektronen, der nicht durch die effektive Apertur fällt, und so zur Kontrastentstehung beiträgt, läßt sich durch den Streukoeffizienten beschreiben. Das lichtoptische Analogon ist der Absorptionskoeffizient. Trägt man der Wellennatur der Elektronen Rechnung, so ergibt sich auch ein kohärenter Anteil elastisch gestreuter Elektronen. Die Phasenbeziehungen dieses Anteils werden durch das innere Potential im Objekt, analog zum Brechungsindex (optische Weglänge) im lichtoptischen Fall bestimmt.

Diese Unterscheidung mußte erwähnt werden, da je nach der Frequenz der betrachteten Periodizität im Objekt der eine oder der andere Effekt bestimmend ist.

Liegt ein amorphes Objekt vor, und ist die Periode der Objektschwankungen größer als das Verhältnis von Elektronenwellenlänge  $\lambda$  zur Apertur des elektronenmikroskopischen Systems, so ist nur die Streuabsorption zu berücksichtigen.

Entsprechend der üblich verwendeten Wellenlängen von 3 bis  $5 \cdot 10^{-2}$  Å (50 bis 150 kV) und Aperturen von  $10^{-3}$  bis  $10^{-2}$  ergibt sich diese Grenze zu rund 30 Å, oberhalb der die Intensitätsmodulation nur durch örtliche Änderungen des Streuabsorptionskoeffizienten bewirkt wird.

Beschränkt man sich auf Einzelstreuung, so liefert die Theorie [9] einen Wert für

$$\hat{p} = \frac{\Delta E}{\hat{E}} = \Delta \{ \sigma N d (1 - \kappa) \}, \quad (35)$$

wobei

$\sigma$  = der Streukoeffizient [ $\text{cm}^2$ ],

$Nd$  = die Anzahl der Atome pro  $\text{cm}^2$  der Objektfläche,

$1 - \kappa$  = der Bruchteil der auffallenden Elektronen, der nicht in die effektive Apertur trifft.

Durch das  $\Delta$ -Zeichen vor der Klammer ist angedeutet, daß die Änderungen der Streukraft entweder durch Änderungen der geometrischen Dicke  $d$  oder der Dichte (Anzahl der Atome  $N$  pro  $\text{cm}^3$ ) oder auch durch Änderungen des Streukoeffizienten  $\sigma$  beim Übergang von der einen zu einer anderen Atomart bewirkt werden können. Wesentlich ist noch zu bemerken, daß die relative Größe  $\Delta E / \hat{E}$  der absoluten Änderung  $\Delta \{ \sigma N d \}$  proportional ist.

Um die üblichen Dichte- bzw. Dickeschwankungen gemeinsam diskutieren zu können, mißt man die Schichtdicke in Gewicht pro Flächeneinheit ( $t$  [ $\text{g}/\text{cm}^2$ ])

des Objektes. Es wird dann

$$\hat{p} = \frac{\Delta E}{\hat{E}} = \frac{\Delta t}{t_e},$$

wobei  $t_e$  die Schichtdicke [ $\text{g}/\text{cm}^2$ ] ist, die die auf Objekt auffallende Intensität auf  $1/e$  absinken läßt

$$t_e = \frac{(v/c)^2}{0,88 \frac{Z^{\frac{2}{3}}}{A} (1 - \kappa)} \cdot 10^{-4} \text{ [g/cm}^2\text{]}.$$

(In dieser Formel haben die Symbole ihre übliche physikalische Bedeutung.)

Wählt man die häufig in der praktischen Elektronenmikroskopie vorkommenden Daten

$$\text{Apertur } \Theta = 5 \cdot 10^{-3}; \quad (v/c)^2 = 0,17 \quad (U = 50 \text{ kV})$$

$$\text{und } Z = 6 \text{ (Kohlenstoff),}$$

so ist  $t_e = 22 \cdot 10^{-6} \text{ g/cm}^2$ .

Rechnet man mit einer Schwankung  $\Delta t = 22 \cdot 10^{-6} \text{ g/cm}^2$ , so erhält man unter den obigen Bedingungen eine Aussteuerung von  $\hat{p} = 1\%$ . Das Nomogramm zeigt, daß diese Aussteuerung von feinkörnigen Emissionen ( $\epsilon^* \approx 10^{-9} \text{ cm}^2/\text{Elektronen}$ ) herunter bis Vergrößerungen von  $10^4$  und Periodenlängen  $r_0 = 3$  gut wiedergegeben werden können. (Da  $t_e$  mit zunehmender Strahlspannung abnimmt, könnten so noch kleinere Schwankungen  $\Delta t$  festgestellt werden.) Will man Schwankungen im Objekt betrachten, die Periode kleiner als 30 Å ist, so muß man den kohärenten Anteil der Streuintensität berücksichtigen. Man schreibt nach dem oben Gesagten diese Intensitätsmodulation einer periodischen Änderung des Brechungsindex zu (Rasterlänge  $r_0$ ).

Der Brechungsindex  $n = \sqrt{1 + \frac{U_0}{U}}$  wird durch das innere Potential des Objektes  $U_0$  und die Strahlspannung  $U$  bestimmt. Die Schwankung ergibt also zu  $\frac{1}{2n} \frac{\Delta U}{U}$ .

Den maximalen Kontrast im Bild erhält man durch Defocussierung um die Strecke  $\frac{2r_0^2}{\lambda}$  [10].

Die Aussteuerung für diese optimale Einstellung erhält man gemäß einer Formel [10] zu:

$$\hat{p} = \frac{4\pi d}{\lambda} \frac{\Delta U_0}{U}.$$

Wählt man als Beispiel die Objektdicke  $d = 50$  Å, Wellenlänge  $\lambda = 0,055$  Å, Spannung  $U = 50$  kV, eine Schwankung des inneren Potentials von  $\Delta U = 0,2$  V, so erhält man  $\hat{p} = 4\%$ .

Diese Aussteuerung läßt bei einer Vergrößerung von  $v = 10^5$  eine Rasterlänge von 2 Å mit Hilfe feinkörnigen, gering empfindlichen Platten ( $\epsilon^* = 1 \text{ cm}^2/\text{Elektronen}$ ) noch gut wiedergeben.

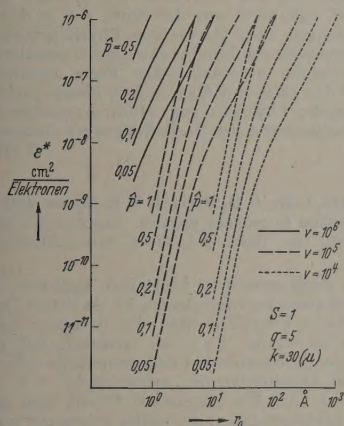
### III. Ausblick

1. Die vorliegende Arbeit zeigt, daß zur Charakterisierung einer photographischen Schicht, die in der Elektronenmikroskopie eingesetzt werden soll, folgende Größen bekannt sein müssen:

- a) Die Schwarzungskurve,
- b) die Kontrastübertragungsfunktion,
- c) die Körnigkeit, charakterisiert durch die Kontrastfunktion.

Legt man sich für eine durchschnittliche  $\beta$ -Funktion fest, wie sie etwa der Schicht Nr. 4 entspricht, kann man als Ergebnis die Empfindlichkeit  $\varepsilon^*$  der photographischen Schicht, die zur Wiedergabe des Objektrasters der Rasterlänge  $r_0$  und der Aussteuerung  $\hat{p}$  optimal ist, direkt in einem Nomogramm ablesen. Diesem Nomogramm II (Abb. 11, die Vergrößerung  $10^6$  als Hilfe beim Interpolieren anzuwenden) kann man entnehmen:

Objekte von der Größenordnung  $10 \text{ \AA}$  müssen nach den vorangegangenen theoretischen Überlegungen gut wiedergeben lassen; für eine Aussteuerung von  $0,05$  können mittelmittelfindliche photographische Schichten, für eine Aussteuerung  $\hat{p} \approx 0,2$  sogar höchstempfindliche Schichten verwendet werden.



1. Nomogramm II. Auswertung des Nomogramms I zur Bestimmung der maximal zulässigen Empfindlichkeit

b) Das Nomogramm II läßt die besonders interessante Frage beantworten, ob Rasterlängen von  $1 \text{ \AA}$  (um Größen) von der photographischen Platte wiedergegeben werden können.

Die Wiedergabe ist gemäß der abgeleiteten Formel mit sehr feinkörnigen und unempfindlichen Schichten ( $\varepsilon = 10^{-11}$  bis  $10^{-12} \text{ [cm}^2/\text{Elektronen]}$ ) Typ (rat) bei einer Vergrößerung von  $10^5$  dann möglich, wenn eine Aussteuerung von  $\hat{p} = 0,1$  vorliegt.

Inzwischen ist experimentell gezeigt, daß etwa  $10 \text{ \AA}$  gut wiedergebar sind [11]; ferner konnten  $8 \text{ \AA}$  mit höchstempfindlichen Schichten aufgelöst werden [11]; man muß aus den Formeln schließen, daß diese Objekte eine Aussteuerung von  $\hat{p} = 0,2$  bewirken. Da diese Aussteuerungen bereits von einzelnen Gitterlinien im Kristall herrühren, kann man wahrscheinlich mit Aussteuerungen der gleichen Größenordnung rechnen, wenn man einatomig besetzte Gitterplätze sichtbar machen will; von seiten der photographischen Platte müßte also die Auflösung von Einzelatomen möglich sein.

Herrn Professor Dr. E. RUSKA vom Institut für Elektronenmikroskopie am Fritz-Haber-Institut der Max-Planck-Gesellschaft in Berlin-Dahlem und Herrn Dr. WOLFF von der Siemens & Halske AG, Berlin, möchten wir an dieser Stelle für die Diskussionen zu dem behandelten Thema danken.

**Literatur:** [1] NISSEN, H.F.: Z. Physik **122**, 573 (1944). — NEIDER, R.: Diplomarbeit Berlin 1954/55, Fritz-Haber-Inst. der Max-Planck-Ges. — NEIDER, R.: Vortrag Darmstadt 1957, Tagg. der Dtsch. Ges. für Elektronenmikroskopie. — [2] FRIESER, H., u. E. KLEIN: Z. angew. Phys. **10**, 337 (1958). — [3] ZEITLER, E.: Mitt. Agfa Leverkusen-München, Bd. II, S. 217. Berlin: Springer 1958 u. Literaturangaben dort. — [4] FRIESER, H.: Mitt. Agfa Leverkusen-München, Bd. II, S. 249. Berlin: Springer 1958. — [5] ARENS, H., J. EGGERT u. E. HEISENBERG: Z. wiss. Photogr. **28**, 356 (1931). — KLEIN, E.: Mitt. Agfa Leverkusen-München, Bd. II, S. 85. Berlin: Springer 1958. — EGGERT, J., u. A. KÜSTER: Agfa Veröff. V, S. 123. Leipzig: Hirzel 1937. — [6] GLOCKER, R.: Z. Naturforsch. **3a**, 147 (1948). — [7] COSSLETT, V.E.: Brit. J. Appl. Phys. **7**, 10 (1956). — [8] UYEDA, R.: J. Phys. Soc. Japan **10**, 256 (1955). — [9] ZEITLER, E., and G.F. BAHR: Exp. Cell. Res. **12**, 44 (1957). — [10] BORRIES, B.v., u. F. LENZ: Proc. of the Stockholm conference 1956, S. 60. — [11] NIEHRS, H.: Proc. of the Stockholm conference 1956, S. 86. Stockholm: Almquist & Wiksell. — MENTER, J.W.: Proc. of the Stockholm conference 1956, S. 88. Stockholm: Almquist & Wiksell. NEIDER, R.: Proc. of the Stockholm conference 1956, S. 93. Stockholm: Almquist & Wiksell. — [12] FRIESER, H.: Kintotechnik **17**, 167 (1935). — [13] JONES, R.C.: J. Opt. Soc. Amer. **45**, 801 (1955).

Professor Dr. HELLMUT FRIESER  
(jetzt Institut für wissenschaftliche Photographie der T.H. München)

Privatdozent Dr. EBERHARD KLEIN  
Agfa AG., Leverkusen

Dr. ELMAR ZEITLER  
(jetzt Physikalisches Institut der Universität Würzburg)

## Buchbesprechungen

Sagel, K.: Tabellen zur Röntgenstrukturanalyse. Anleitungen für die chemische Laboratoriumspraxis, hrsg. v. MAYER-KAUPP: Band VIII. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1958. 204 S. Steif geheftet DM 28.—

Die Indizierung von Röntgen-Kristallinterferenzen ist teilweise eine recht zeitraubende Angelegenheit. Die in dem vorliegenden Band von einem Praktiker geschickt zusammengestellten Tabellen stellen daher eine willkommene Hilfe für die Auswertung von Röntgendiagrammen dar. Das ständige Nachschlagen in verschiedenen Büchern und das Ausrechnen einzelner tabellierter Funktionen wird nun überflüssig. Wellenlängen und Gitterkonstanten sind in Angström-Einheiten angegeben. Daß die Tabellen bei Röntgen-Feinstrukturuntersuchungen ein geschätztes und daher sehr häufig aufgeschlagenes Hilfsmittel sein werden, steht außer Zweifel. Vielleicht könnte man ihnen daher einen stabileren Einband wünschen.

W. WADELICH

Handbuch der Physik. Hrsg. von S. FLÜGGE. Bd. XL: Kernreaktionen I. 553 S. Mit 280 Abb. Geb. DM 128. — und Kernreaktionen III. Bd. XLII. 626 S. Mit 276 Abb. Geb. DM 135.—. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1957.

Den Kernumwandlungen sind im neuen Handbuch der Physik drei Bände gewidmet, von denen der erste und letzte vorliegt. Bei der fast unübersehbaren Fülle von Informationsmöglichkeiten, die die Untersuchung der Kernumwandlungen bietet, wird man eine Zusammenstellung des bisher Geleisteten, wie sie hier erfolgt ist, besonders dankbar begrüßen. Im ersten Band werden zunächst Reaktionen, Anregungszustände und Spektren leichter Kerne besprochen, wobei der Schwerpunkt auf der „Kernspektroskopie“ liegt, dann die Reaktionen bei schweren Kernen, wobei die Resonanzprozesse mit Neutronen ihrer Bedeutung entsprechend eine gesonderte Darstellung erfahren. Den Schluß macht eine Beschreibung der Reaktionen bei hohen Energien, einem Gebiet, das noch besonders



stark im Fluß ist. Wie wenig überhaupt das ganze Feld der Kernreaktionen dem Abschluß nahe ist, zeigt sich in dem Band sehr hübsch: die einzelnen Artikel haben den klassischen Aufbau von Originalarbeiten: Einführung, experimentelle Methoden, Ergebnisse und Diskussion.

Der dritte Band behandelt einige Spezialgebiete, die vor allem vom experimentellen Standpunkt sich aus dem gesamten Feld herausheben: Kernisomerie (hochverbotene Übergänge), Alpharadioaktivität, Chemie und Physik der Transurane, Kernphotoeffekt, Winkelkorrelationen bei der Aussendung von Strahlen und schließlich Untersuchungsmethoden mit orientierten Kernen.

Der internationale Charakter des Handbuchs hat es möglich gemacht, daß alle Artikel von wirklich kompetenten Fachleuten geschrieben sind. Gewisse Überschneidungen und Ungleichmäßigkeiten sind unvermeidlich und gar nicht schädlich.

Jedem, der sich mit dem Gebiet eingehend zu beschäftigen hat, werden die beiden Bände eine unschätzbare Hilfe sein.

H. MAIER-LEIBNITZ

**Weizel, W.: Lehrbuch der theoretischen Physik, Bd. 2: Struktur der Materie. 2. verbesserte Auflage.** Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1958. XVI u. 990 S. u. 268 Abb. Geb. DM 88.—.

Der 2. Band, dessen 1. Auflage in dieser Zeitschrift [3, 317 (1951)] von E. FUES eingehend besprochen wurde, ist für die neue Auflage vom Verfasser wesentlich vervollständigt und der neuesten Entwicklung der Theorie angepaßt worden. Sein Umfang hat um 220 Seiten zugenommen; dieser Zuwachs verteilt sich hauptsächlich auf die Abschnitte über Quantentheorie, Feldtheorie der Materie, Kernphysik und Elektronik. In diesen Abschnitten prägt sich jetzt noch stärker als in der 1. Auflage die Originalität des Buches aus, da hier wohl zum ersten Male eine systematische und einheitliche Darstellung der Quantentheorie unter normalen mathematischen Anforderungen gegeben wird, die von der elementaren Atomtheorie ausgehend über die Wellen- und Matrizenmechanik bis zu den Feldtheorien in der klassischen und quantisierten Form fortschreitet. Auch in der Behandlung der Anwendungen geht der Verfasser weit über andere Lehrbücher der theoretischen Physik und über Lehrbücher der Quantentheorie hinaus, so daß der Leser ohne das Studium von Spezialwerken oder von Originalliteratur bis zu der modernsten Entwicklung der Feldquantentheorie, soweit sie einigermaßen fundiert ist, geführt wird.

Naturgemäß ist auch der Abschnitt über Kernphysik der Entwicklung seit der 1. Auflage (1950) entsprechend wesentlich erweitert worden und hat mehr als den doppelten Umfang erhalten. Die Kernkräfte, der Kernaufbau, die Kernmomente und die Kernreaktionen werden weit ausführlicher besprochen als früher.

Der Abschnitt über „Elektronik“, der von der Gastheorie abgetrennt wurde, erhielt je ein neues Kapitel über Teilchen-

beschleuniger und über das Verhalten geladener Teilchen auf Oberflächen.

Wie im 1. Band spürt man immer wieder die Absicht des Verfassers, die Theorie bis zu den an der Erfahrung prüfbar, Folgerungen durchzuführen, und auch diejenigen Gebiete wie etwa Teile der Kernphysik, zu behandeln, die noch stark mit empirischen Elementen durchsetzt sind. Auch auf Grenzen und Schwächen der Theorie wird stets offen hingewiesen.

Es gibt immerhin einige Wünsche für die nächste Auflage: die Auswahl der behandelten Anwendungen betr. z.B. fehlt die Theorie der Supraleitung und die Quantentheorie der Bremsstrahlung, die in einer so umfassenden Istellung doch wohl wenigstens kurz besprochen werden sollte. Nicht ganz befreunden kann sich der Referent auch mit unterschiedlichen Definitionen der den intensiven und extensiven Größen zugeordneten Operatoren und Erwartungswerten im Abschnitt H I §3.

Die Bedeutung des Lehrbuchs von WEIZEL beruht allem darauf, daß nicht nur der Stoff, der in den üblichen Kursusvorlesungen über theoretische Physik gebracht werden kann, sondern auch der Inhalt zahlreicher Spezialvorlesungen oder Spezialwerke in einheitlicher Form behandelt wird. Daher wird das Buch auf längere Zeit hinaus nicht nur den heranwachsenden Physikern zum Studium, sondern auch vielfach den Fachkollegen als Nachschlagewerk dienen.

G. HETTNER

**Branchard, C. H., C. R. Burnett, R. G. Stoner and R. L. V. L. V. Introduction to modern physics.** Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, Inc. 1958. XI, 414 S. mit zahlreichen Abbildungen.

Um das Buch gerecht zu beurteilen, muß man bedenken, daß es aus Kursen hervorgegangen ist, in denen Ingenieure einen qualitativen Überblick über die neuesten Gebiete der Physik gegeben wurde. So ist zu verstehen, daß mit einem Minimum von Rechenaufwand das wesentliche z.B. von Relativitäts- und Quantentheorie „anschaulich“, d.h. qualitativ gebracht wird. Aus der klassischen Physik sind nur solche Abschnitte herausgegriffen, die später gebraucht werden und auch diese auf sehr bescheidenem Niveau (z.B. Magnetismus von Strömen aus Biot-Savartschem Gesetz, eine qualitative Erwähnung des Induktionsgesetzes erst beim Betatron). Wenn man deshalb das Buch als oberflächlich bezeichnet wollte, so muß man dem entgegenhalten, welche erstaunliche Fülle von Atom-, Kern- und Elementarteilchen-Physik in diesen bescheidenen Hilfsmitteln dargestellt ist. So ist das Buch ein höchst wertvoller Wegweiser insbesondere für jeden Physiker, der, vielleicht seit Jahren in der Praxis der Anwendungen der klassischen Physik stehend, sich über den neuesten Stand rasch orientieren will. Für den, der tiefer eindringen will, sind Hinweise auf ausführliche Bücher und vor allem zahlreiche Aufgaben ausgezeichnete Hilfsmittel. G. JOOS







Photo: Deutsches Museum München

## GEORG JOOS

\* 25. 5. 1894

† 20. 5. 1959